ArcelorMittal Europe - Long Products
Kształtowniki i pręty gorącowalcowane

ArcelorMittal

Drgania Stropów
Poradnik Projektanta

Niniejszy przewodnik projektanta prezentuje metodę szacowania drgań stropów, przy których zostanie zagwarantowany komfort użytkowników. Dokument bazuje na wynikach najnowszych badań (Projekt RFCS „Drgania Stropów").

W tym opracowaniu przedstawiono typowe metody sprawdzania integralności konstrukcji, wyrażonej w szczególności przez parametr częstotliwości drgań własnych. Przewodnik po integralności konstrukcji oparty jest na tradycyjnych metodach obliczeniowych.

Spis treści

1. Wprowadzenie 3
2. Definicje 7
3. Określanie charakterystyki stropu 11
4. Klasyfikacja drgań 15
5. Procedura projektowania i wykresy 19

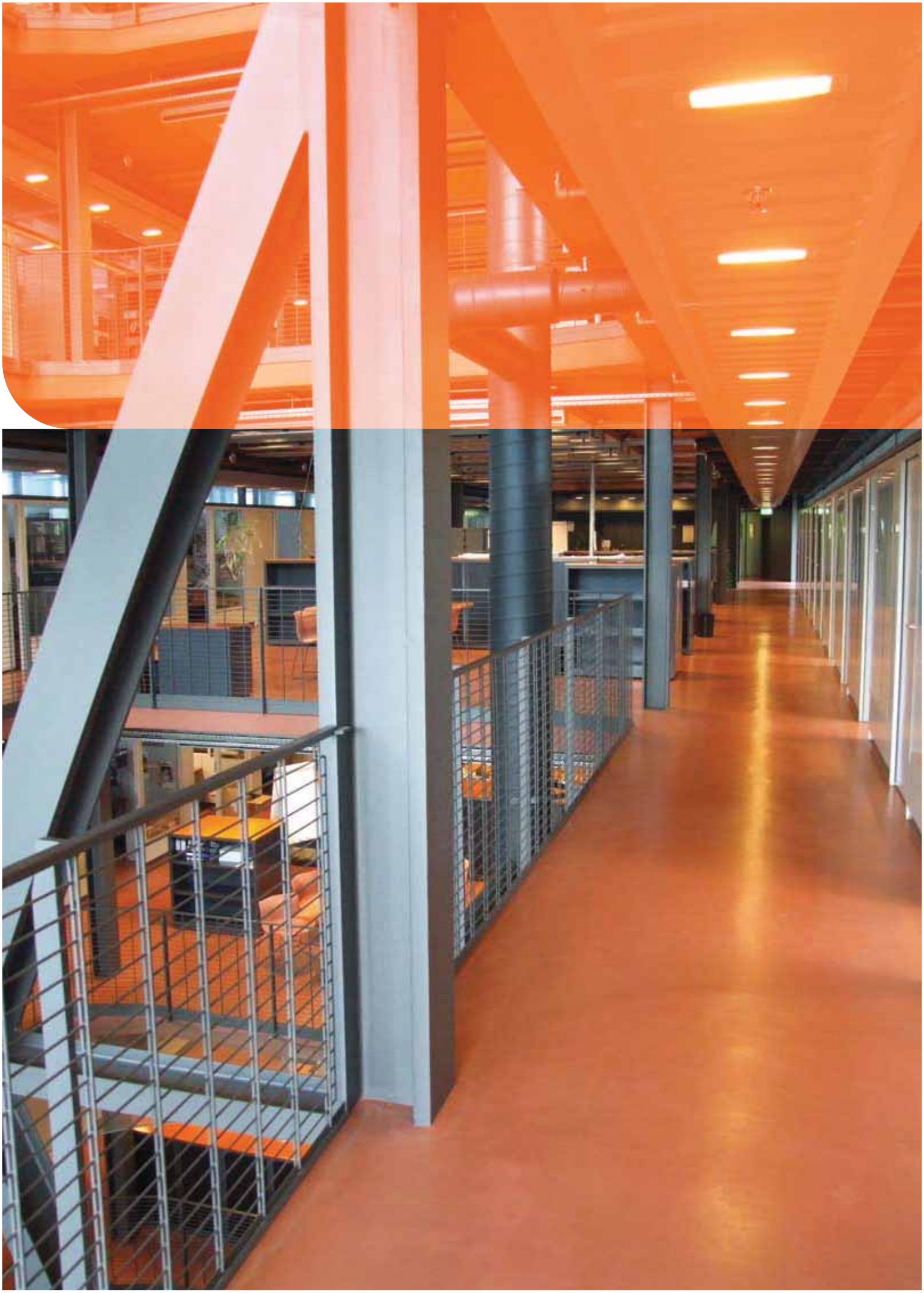
Załącznik A Wzory do obliczeń ręcznych 31

Załącznik B Przykłady 43

Doradztwo techniczne i wykończenia 52

Bibliografia 52

Państwa partnerzy 53



1. WPROWADZENIE

1. Wprowadzenie

Konstrukcje stropów projektowane są z uwzględnieniem kryteriów SGN i SGU:

- Kryterium SGN związane jest z wytrzymałością oraz statecznością konstrukcji;
- Kryterium SGU powiązane jest głównie z drganiami konstrukcji, jest więc wypadkową sztywności, rozłożenia masy, tłumienia oraz mechanizmu wzbudzania.

Dla smukłych konstrukcji, takich jak stalowe lub zespolone, nadrzędnym kryterium oceny konstrukcji jest kryterium użytkowalności.

Celem niniejszego poradnika jest:

- określenie drgań tolerowalnych, za pomocą wprowadzenia klas akceptacji (rozdział 4).
- przewidzenie odpowiedzi stropu na drgania wywołane przez użytkowników, przy założeniu użytkowania budynku zgodnie z przeznaczeniem (rozdział 5).

W celu prawidłowego prognozowania drgań należy określić charakterystykę dynamiczną stropu. Uproszczone metody ich ustalania zostały krótko opisane. Przykłady obliczeniowe zostały przedstawione w Aneksie B niniejszego poradnika.

Poradnik ten, przeznaczony dla projektantów konstrukcji, skupia się na prostych metodach, narzędziach projektowych i wytycznych odnośnie poziomu akceptowalnych drgań stropów, wywołanych przez ludzi podczas normalnego użytkowania. Przedstawione metody projektowania koncentrują się na przewidywaniu drgań. Pomiary wykonane po wybudowaniu konstrukcji mogą odbiegać od wartości przewidywanych. Przegląd ogólnych procedur projektowania z rozdziału 5 jest przedstawiony na rysunku 1.

Projektowanie i metody oceny drgań stropów są powiązane z drganiami rezonansowymi, wywołanymi w normalnych warunkach, zazwyczaj przez chodzenie. Drgania wywołane urządzeniami oraz drgania komunikacyjne nie są objęte niniejszym opracowaniem. Niniejszy poradnik nie powinien być stosowany dla kładek dla pieszych lub innych konstrukcji, które nie posiadają charakterystyki konstrukcyjnej lub użytkowej porównywalnej ze stropami w budynkach.

Rysunek 1 Procedura projektowania (zobacz rozdział 5)

Określenie charakterystyki dynamicznej stropu:

- Częstotliwość Drgań Własnych
- Masa Modalna
- Tłumienie

(Rozdział 3; Załącznik A)

↓

Odczyt wartości OS-RMS$_{90}$
(rozdział 5)

↓

Określenie Klasy Akceptacji
(rozdział 4)

© ArcelorMittal Photo Library

2. DEFINICJE

2. Definicje

Definicje podane poniżej są zgodne z rozwiązaniami podanymi w tym poradniku

Tłumienie D

Tłumienie oznacza rozproszenie energii w układzie drgającym. Łączne tłumienie zależy od:

- tłumienia materiału i konstrukcji,
- tłumienia na meblach i wykończeniu (np. sufit podwieszany),
- rozproszenie energii po całej konstrukcji.

Masa modalna M_{mod} **= masa uogólniona**

Każdy układ o wielu stopniach swobody może być zredukowany do układu o jednym stopni swobody:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_{\text{mod}}}{M_{\text{mod}}}}$$

Gdzie: f częstotliwość drgań własnych,
K_{mod} sztywność modalna,
M_{mod} masa modalna.

Masa modalna może być interpretowana jako masa aktywowana poprzez określoną postać drgań.
Określenie masy modalnej opisane jest w rozdziale 3.

Częstotliwość Drgań Własnych f

Każda konstrukcja posiada swoją charakterystykę dynamiczną, związaną z kształtem i okresem trwania T[s] pojedynczej oscylacji. Częstotliwość drgań f jest odwrotnością okresu oscylacji $T(f = 1/T)$.

Częstotliwość drgań własnych jest częstotliwością swobodnej oscylacji, występujących bez ich ciągłego pobudzania.

Każda konstrukcja posiada tak dużo częstotliwości drgań własnych i związanych z tym kształtów, ile ma stopni swobody. Są one zazwyczaj uszeregowane pod kątem energii, która aktywuje oscylacje. Zatem pierwsza częstotliwość drgań własnych, ta o najniższym poziomie energetycznym jest jednocześnie tą, która najczęściej się pojawia.

Wzór na częstotliwość drgań własnych układu o jednym stopniu swobody ma postać:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}$$

gdzie: K sztywność,
M masa.

Określenie częstotliwości jest opisane w rozdziale 3.

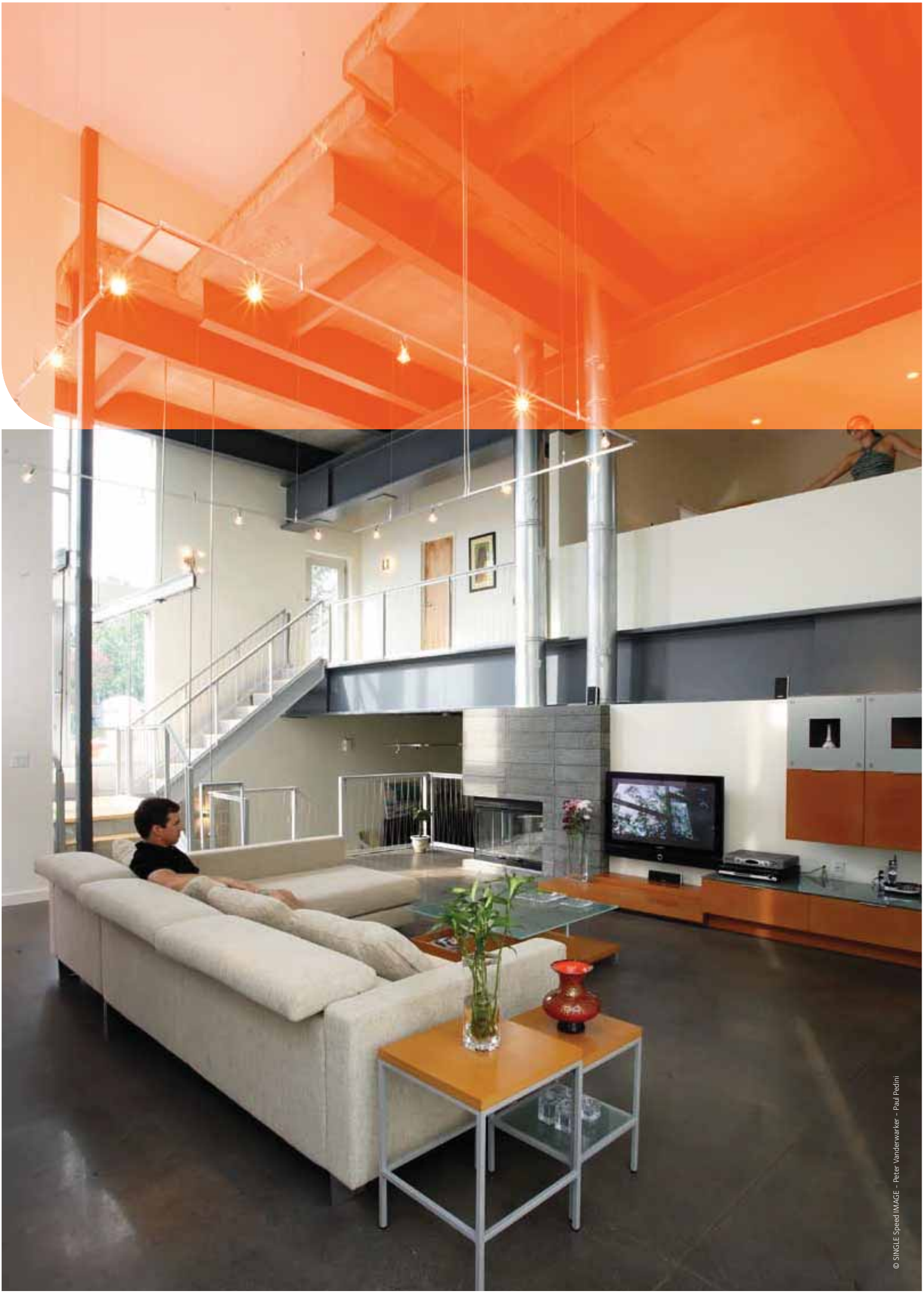
OS-RMS$_{90}$ =

Wartość RMS dla jednego kroku – oznacza prędkość dla zdecydowanego kroku, o intensywności bliskiej 90% kroku ludzi normalnie chodzących.

OS: Pojedynczy krok (z ang. one step)
v_{RMS}: średnia kwadratowa (z ang. Root Mean Square) = wartość efektywna, w tym wypadku z prędkości v:

$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v(t)^2\, dt} = \frac{v_{Peak}}{\sqrt{2}}$$

gdzie: T jest poszukiwanym okresem czasu.



© SINGLE Speed IMAGE – Peter Vanderwarker – Paul Pedini

3. OKREŚLANIE CHARAKTERYSTYKI STROPU

3. Określanie charakterystyki stropu

Ustalenie charakterystyki stropu może być przeprowadzone przy użyciu prostych metod, przy pomocy metody elementów skończonych (MES) lub na podstawie testów. Z racji tego, że poradnik ten jest przeznaczony do projektowania nowych budynków, procedury testowe nie są omawiane, a odsyła się do literatury [1].

Różne programy bazujące na metodzie elementów skończonych służą do kalkulacji dynamicznych i posiadają narzędzia umożliwiające obliczenie częstotliwości drgań własnych. Masa modelowa jest też w wielu programach wynikiem analizy częstotliwości. Sposób wyboru elementów, rozpatrywania tłumienia i prezentacji wyników zależy od rozwiązań poszczególnych programów. W tym poradniku podano jedynie pewne ogólne informacje dotyczące MES.

W wypadku stosowania metody elementów skończonych do obliczania stropów z uwzględnieniem drgań, należy mieć na uwadze, że model dla tej metody może się znacznie różnić od modelu dla metody stanu granicznego nośności (SGN), gdyż oczekiwane wielkości ugięć wywoływane przez drgania są małe.

Typowym przykładem jest różnica w rozpatrywaniu warunków brzegowych w metodzie MES w porównaniu do metody SGN: połączenie, które jest rozpatrywane jako przegubowe w metodzie SGN, może być w MES rozpatrywane raczej jako sztywne przy analizie drgań.

W przypadku betonu, dynamiczny moduł sprężystości powinien być rozpatrywany jako 10% większy niż moduł statyczny E_{cm}.

Dla obliczeń ręcznych, w załączniku A przedstawiono wzory określające częstotliwość i masę modalną dla płyt izotropowych, ortotropowych i belek.

Tłumienie ma duży wpływ na drgania stropu. Niezależnie od sposobu, w jaki określa się częstotliwość własną i masę modalną, wartości tłumienia można określić korzystając z tablicy 1, w której zestawiono wartości w zależności od rodzaju materiałów, mebli i sposobu wykończenia wnętrza pomieszczeń. Tłumienie układu D otrzymuje się przez zsumowanie odpowiednich wartości od D_1 do D_3.

Przy określaniu charakterystyki dynamicznej stropu, należy uwzględniać realny rozkład nałożonego obciążenia zmiennego. Rzeczywiste wartości obciążenia zmiennego dla budynków mieszkalnych i biurowych wynoszą 10% do 20% wartości obliczeniowych.

Tablica 1 Ustalenie tłumienia

Typ	Tłumienie (% tłumienia krytycznego)
Tłumienie Konstrukcji D_1	
Drewno	6%
Beton	2%
Stal	1%
Żelbet	1%
Tłumienie przez meble D_2	
Tradycyjne biuro dla 1-3 osób ze ściankami działowymi	2%
Biuro bez papieru	0%
Biuro o otwartej przestrzeni	1%
Biblioteka	1%
Domy	1%
Szkoły	0%
Sale gimnastyczne	0%
Tłumienie spowodowane wykończeniem wnętrza D_3	
Sufit podwieszony do stropu	1%
Podłoga pływająca	0%
Jastrych pływający	1%
Łączne tłumienie $D = D_1 + D_2 + D_3$	

4. KLASYFIKACJA DRGAŃ

4. Klasyfikacja drgań

Odczuwanie drgań przez ludzi i indywidualne odczucie dyskomfortu zależy od kilku aspektów. Najważniejszymi są:

- Kierunek rozchodzenia się drgań, przy czym w tym poradniku rozpatruje się jedynie drgania pionowe;
- Pozycje przyjęte przez użytkownika, takie jak pozycja leżąca, stojąca lub siedziąca.
- Aktywność ludzi w danej chwili mająca wpływ na sposób odczuwania drgań. Osoby pracujące na produkcji w fabryce odczuwają drgania inaczej niż silnie skoncentrowani pracownicy biurowi lub np. chirurdzy.
- Dodatkowo wiek i zdrowie osób może mieć znaczny wpływ na odczuwanie drgań.

Ponieważ odczuwanie drgań jest zagadnieniem bardzo indywidualnym, można je analizować tylko pod kątem poczucia dyskomfortu większości użytkowników.

Należy pamiętać, że drgania rozpatrywane w niniejszym poradniku mają znaczenie jedynie pod kątem komfortu użytkowników. Nie są jednak odpowiednie dla sprawdzania nośności konstrukcji.

Kierując się ogólnymi procedurami oceny drgań wywołanych przez człowieka, zaleca się stosowanie tzw. wartości RMS (patrz str.9) jednego kroku (OS-RMS) jako miary w ocenie uciążliwości drgań stropów. Wartości OSRMS odnoszą się do drgań harmonicznych spowodowanych przez postawienie na stropie kroku o określonych parametrach.

Ze względu na fakt, iż efekt dynamiczny wynikający z chodzenia ludzi po stropie zależy od kilku warunków granicznych, takich jak ciężar, prędkość ruchu, rodzaj butów, posadzki itp., zaleca się stosowanie przy ocenie wartości 90% OS-RMS (OS-RMS_{90}). Zastosowany indeks 90 oznacza, że 90% kroków stawiany na posadzce mieści się w zakresie tej wartości.

Zawarte niżej tablice dzielą drgania na szereg klas i dają wskazówki co do oceny klasy pod kątem przeznaczenie danego stropu.

.

Tablica 2 Klasyfikacja reakcji stropu i zalecenia dotyczące zastosowania klas

Klasa	OS-RMS$_{90}$		Przeznaczenie stropu									
	Dolna granica	Górna granica	Krytyczna powierzchnia robocza	Służba zdrowia	Edukacja	Mieszkania	Biura	Sale konferencyjne	Handel	Hotel	Przemysł	Sport
A	0.0	0.1	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane
B	0.1	0.2	Krytyczne	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane
C	0.2	0.8	Nie zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane
D	0.8	3.2	Nie zalecane	Krytyczne	Krytyczne	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane	Zalecane
E	3.2	12.8	Nie zalecane	Nie zalecane	Nie zalecane	Krytyczne	Krytyczne	Krytyczne	Krytyczne	Krytyczne	Zalecane	Zalecane
F	12.8	51.2	Nie zalecane	Nie zalecane	Nie zalecane	Nie zalecane	Nie zalecane	Nie zalecane	Nie zalecane	Nie zalecane	Krytyczne	Krytyczne

Zalecane
Krytyczne
Nie zalecane

TARBUCKS COFFEE
rosso ca
3

5. PROCEDURA PROJEKTOWANIA I WYKRESY

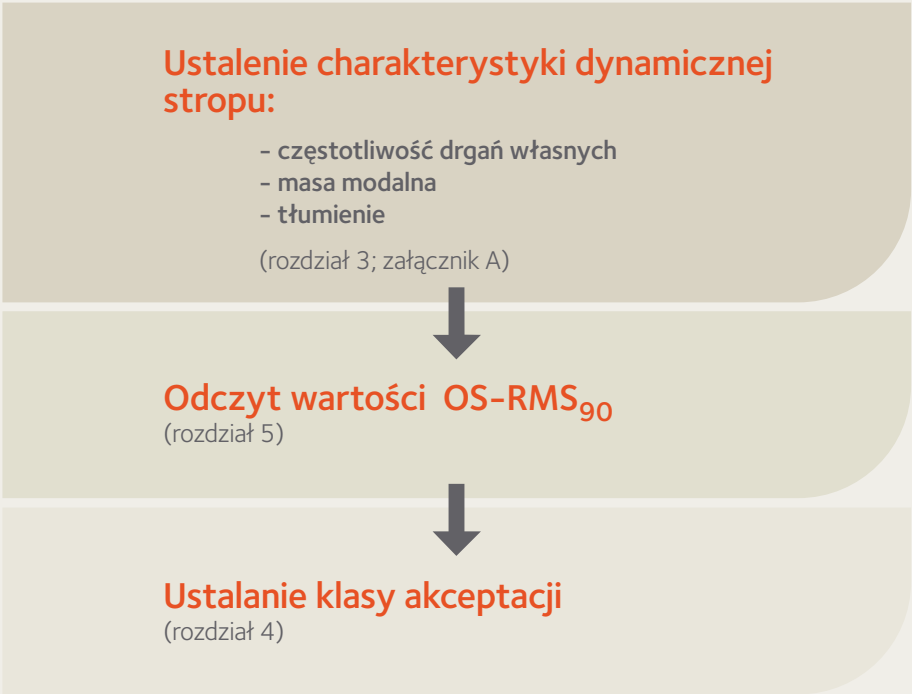
5. Procedura projektowania i wykresy

Schemat ogólnej procedury projektowania przedstawiono na rysunku 2. Na projektowanie składają się 3 kroki, z których najbardziej złożonym jest określenie dynamicznej charakterystyki stropu. Dlatego też w załączniku A podano szczegółową pomoc w oparciu o metody uproszczone; ogólne objaśnienia podano w rozdziale 3.

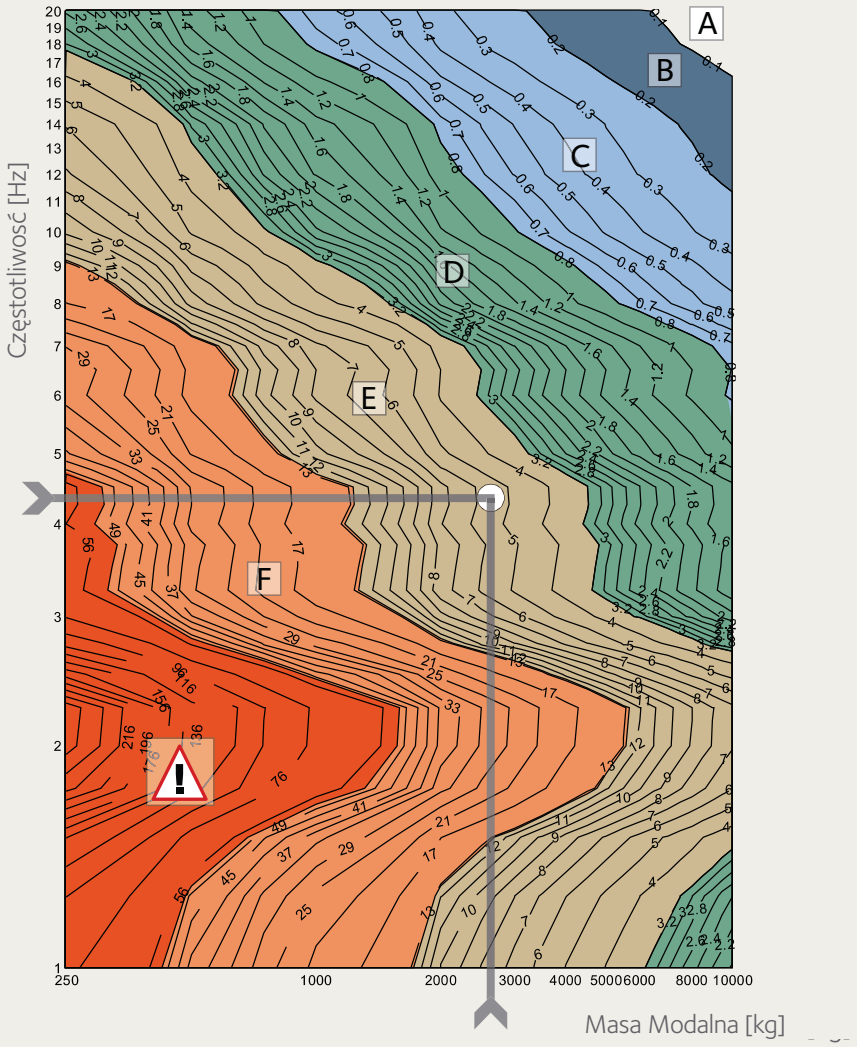
Po określeniu masy modalnej i częstotliwości, można przy pomocy zawartych niżej wykresów określić zarówno wartość OS-RMS$_{90}$ jak i klasę akceptacji. Należy wybrać wykres odpowiedni dla charakterystyki tłumienia stropu (patrz rozdział 3), w zależności od warunków wykorzystania (uwzględniając wykończenie i meble).

Wykresy zostały opracowane przez TNO Bouw, Holandia, w ramach [1].

Rysunek 2 Procedura projektowania



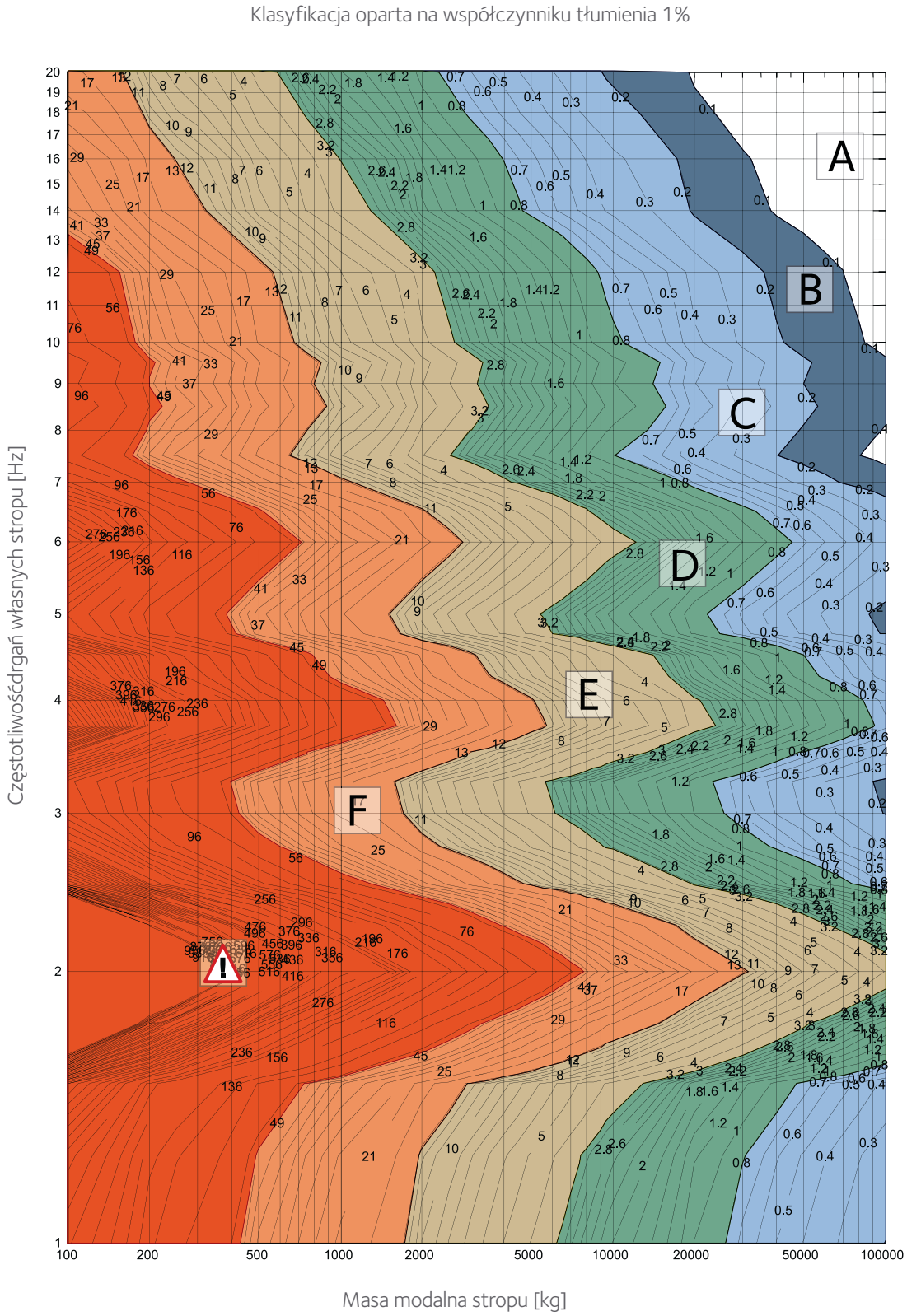
Rysunek 3 Zastosowanie wykresów



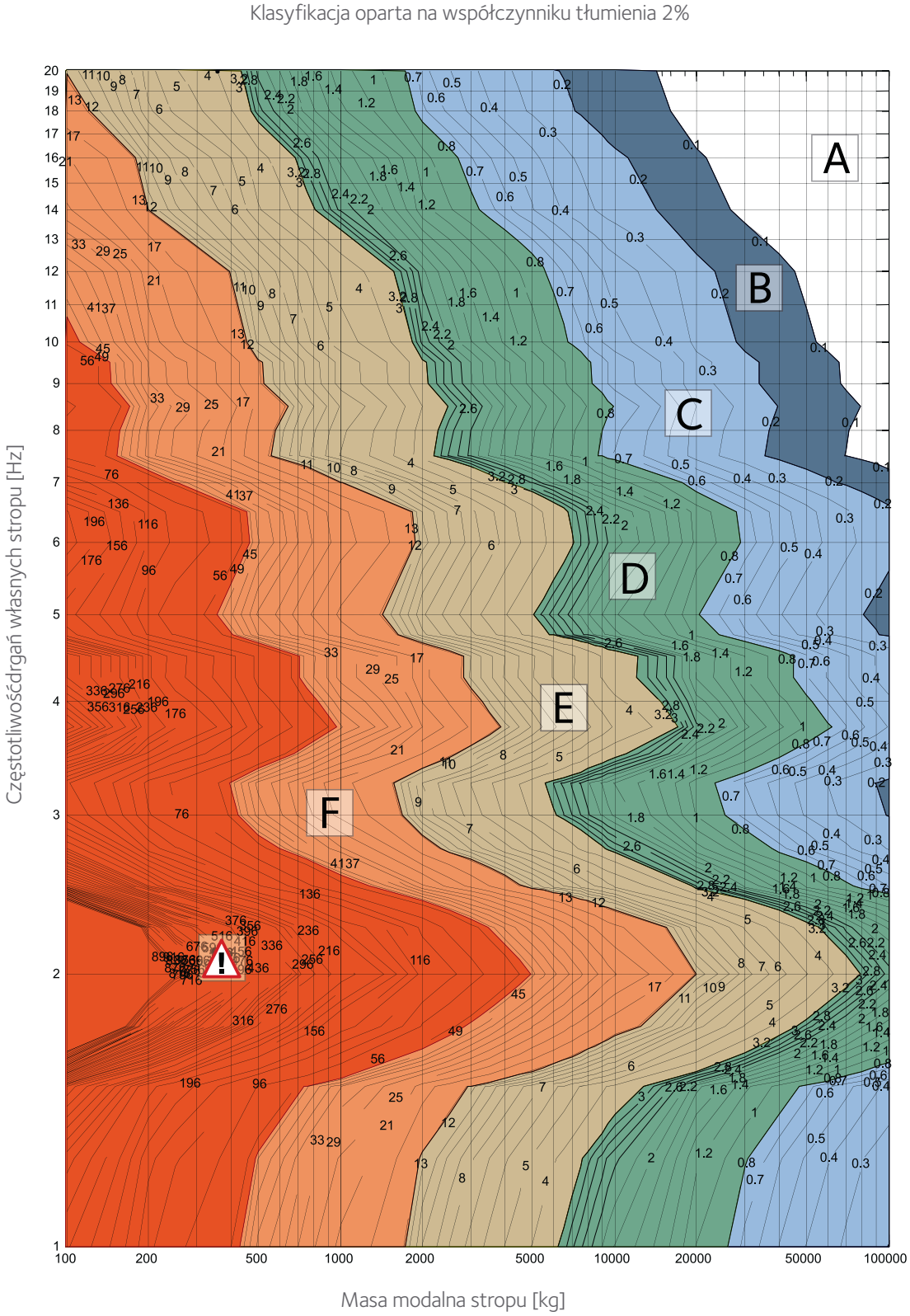
Na wykresie zaznacza się masę modalną na osi x i odpowiednią częstotliwość na osi y. Wartości OS-RMS i klasy akceptacji odczytuje się w punkcie przecięcia linii.

oznacza wyjście poza obszar oceny tolerancji

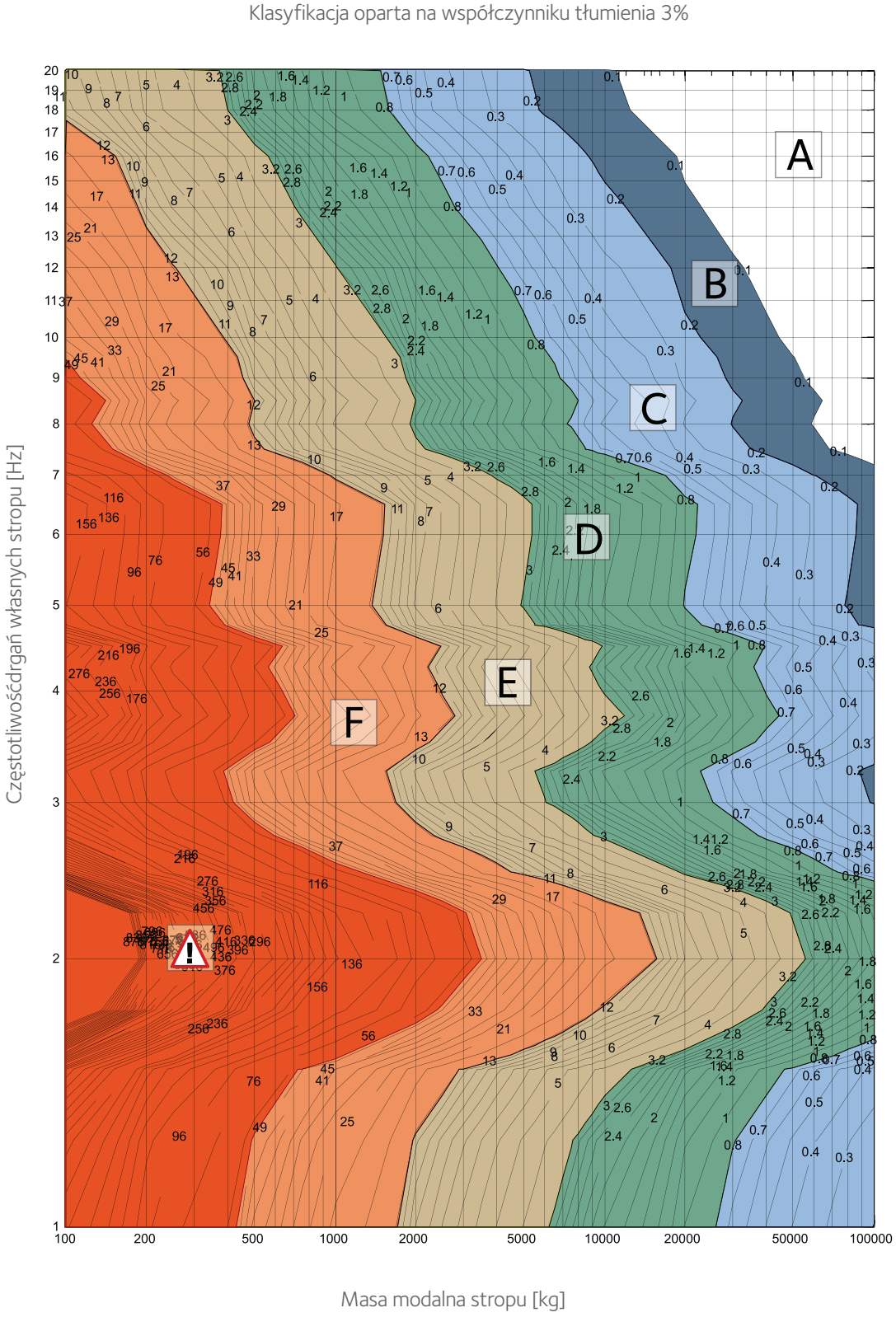
Rysunek 4 OS-RMS$_{90}$ dla Tłumienia 1%



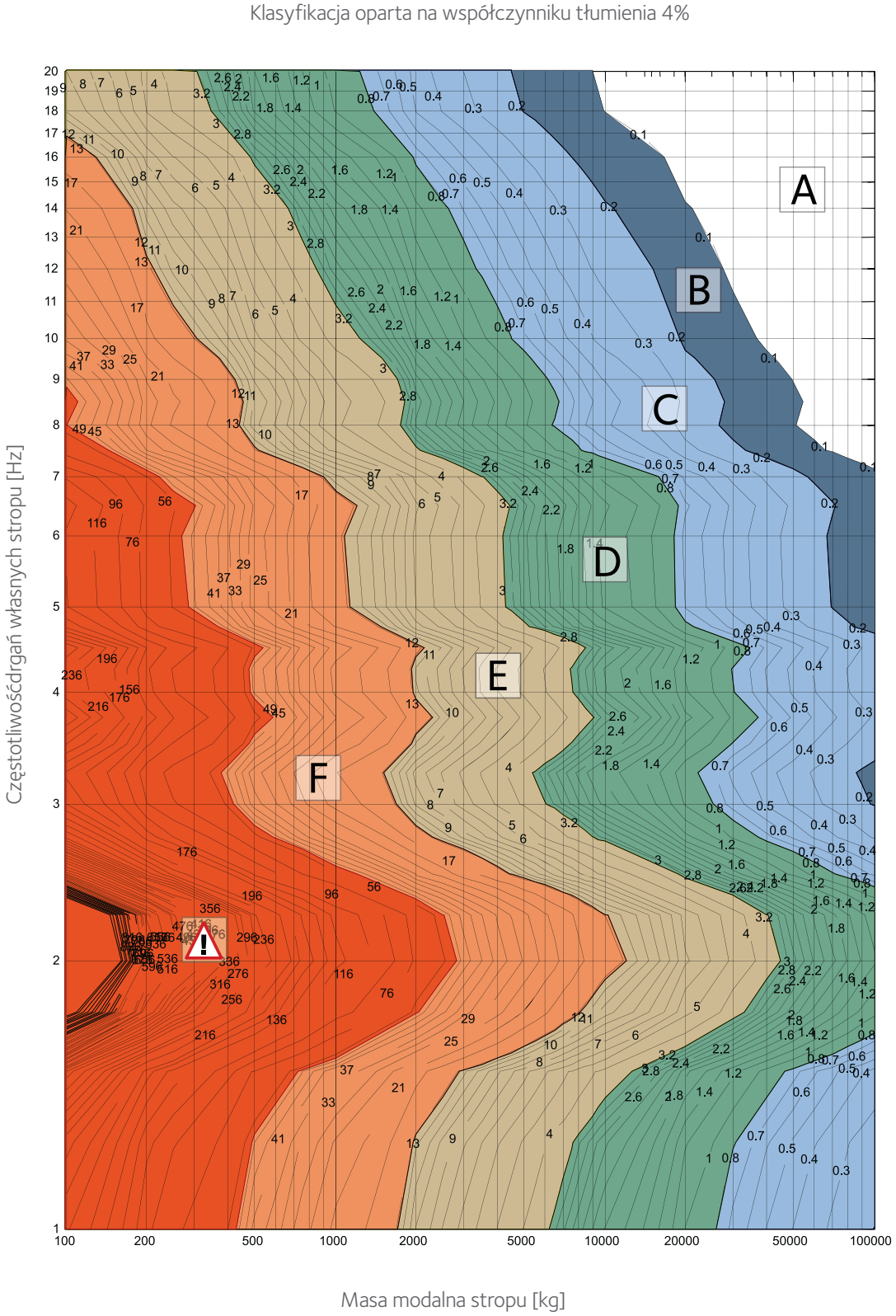
Rysunek 5 OS-RMS$_{90}$ dla Tłumienia 2%



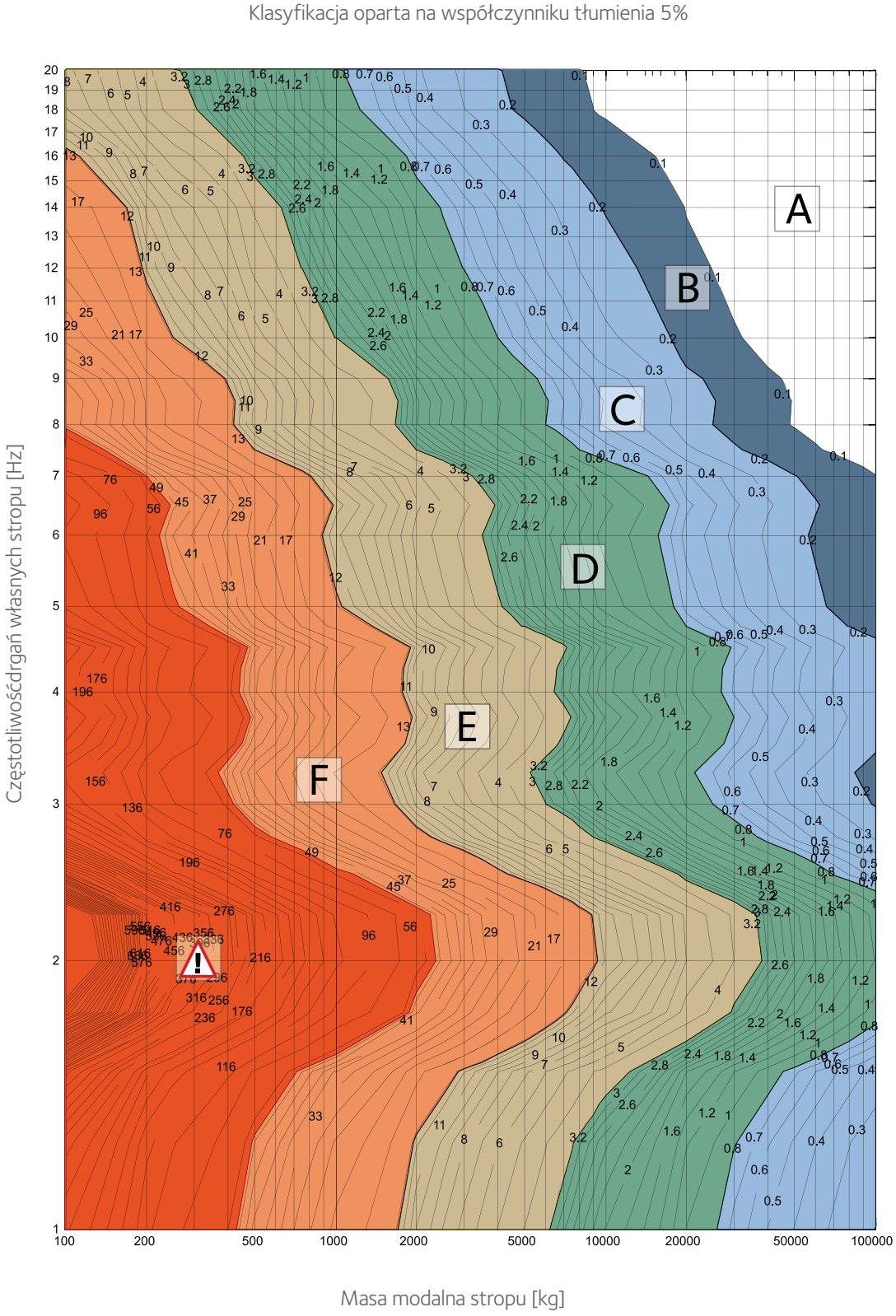
Rysunek 6 OS-RMS$_{90}$ dla Tłumienia 3%



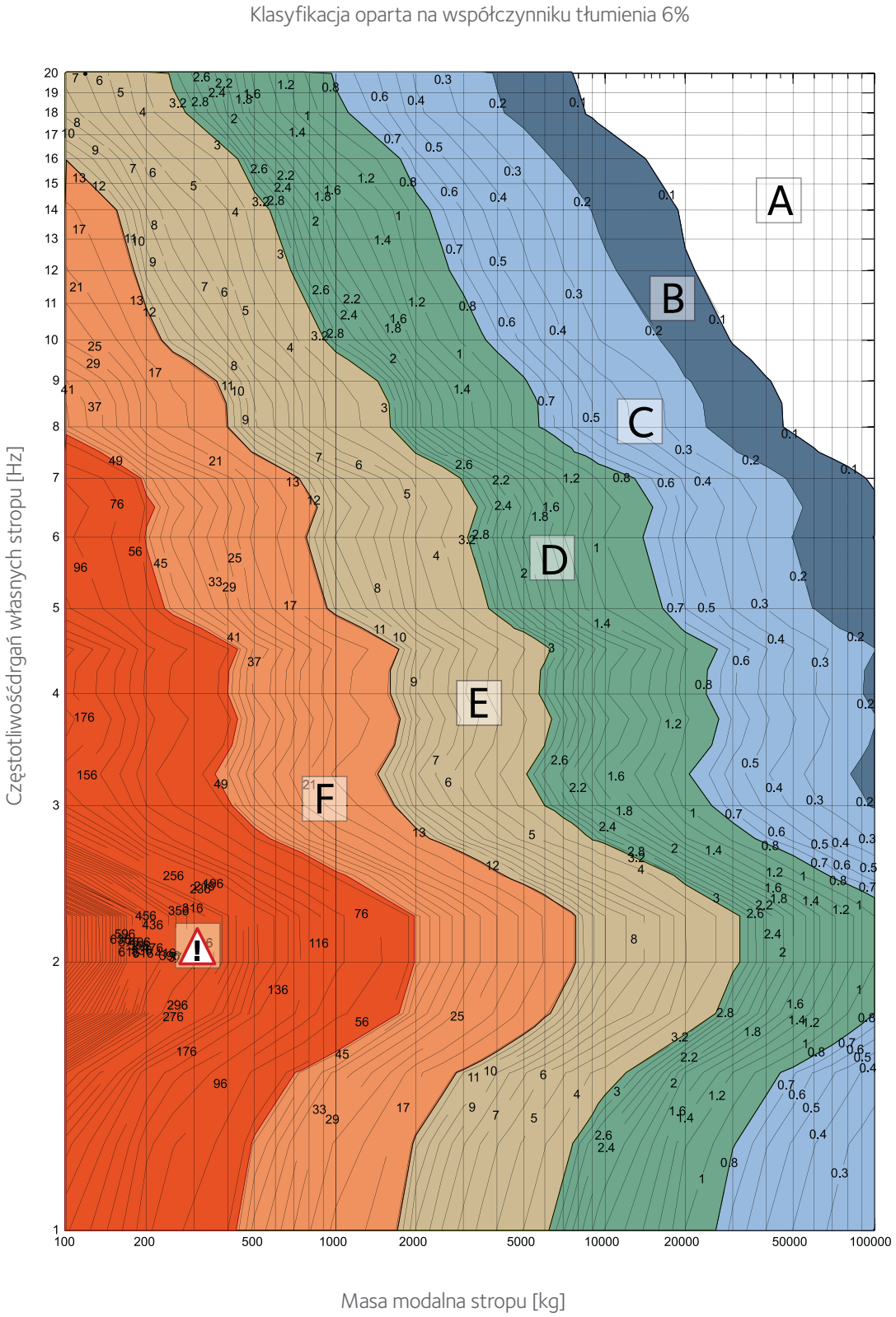
Rysunek 7 OS-RMS$_{90}$ dla Tłumienia 4%



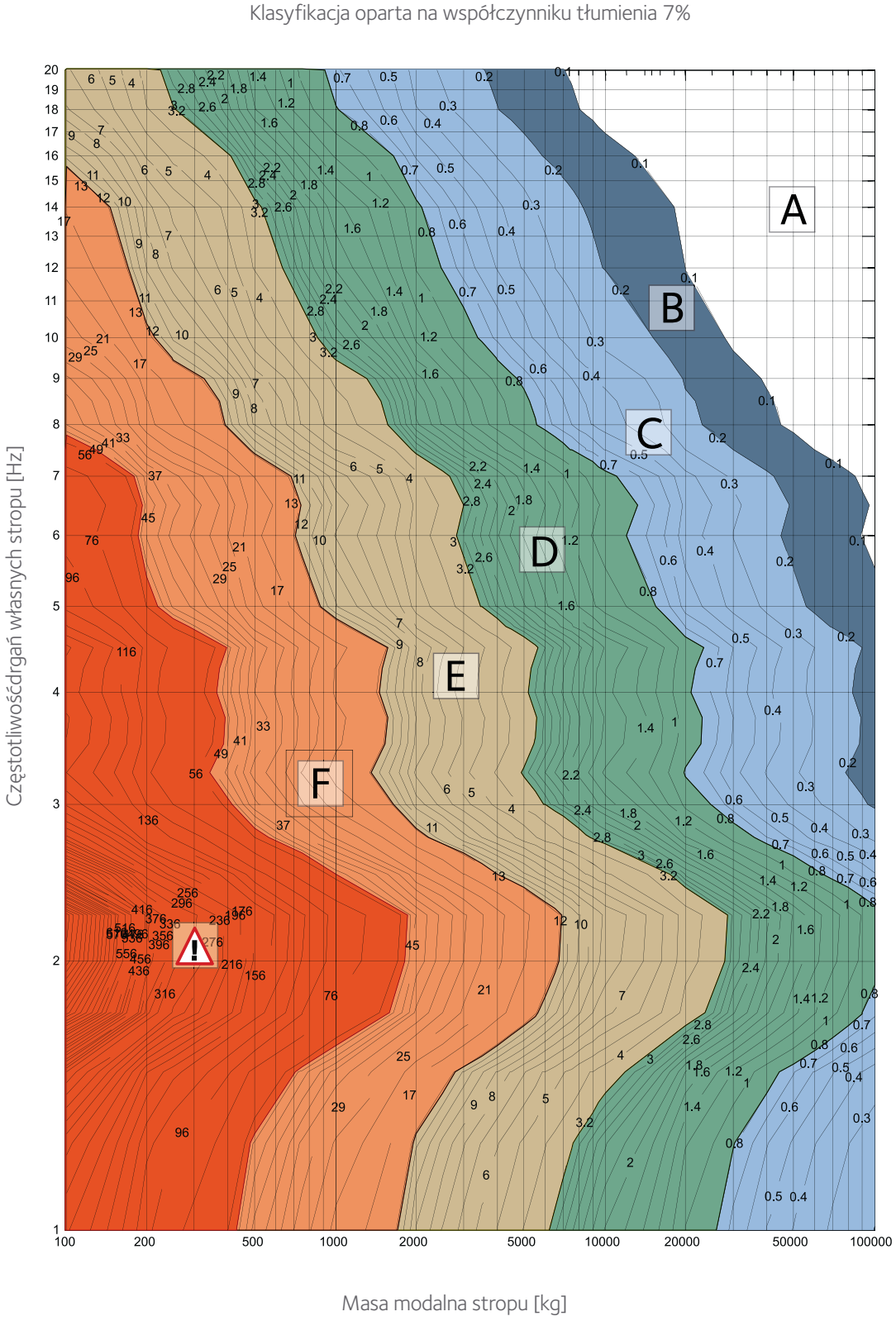
Rysunek 8 OS-RMS$_{90}$ dla Tłumienia 5%



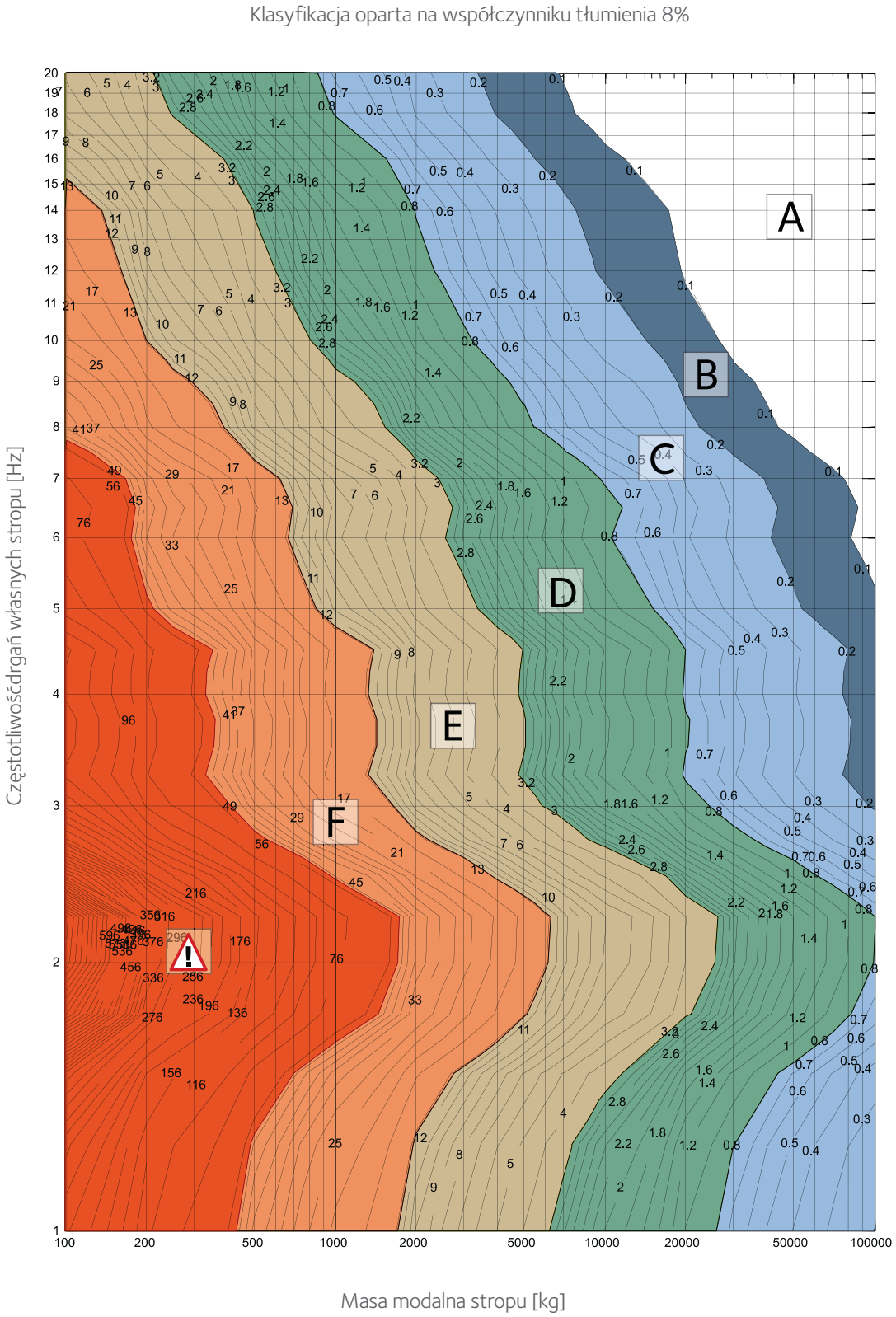
Rysunek 9 OS-RMS$_{90}$ dla Tłumienia 6%



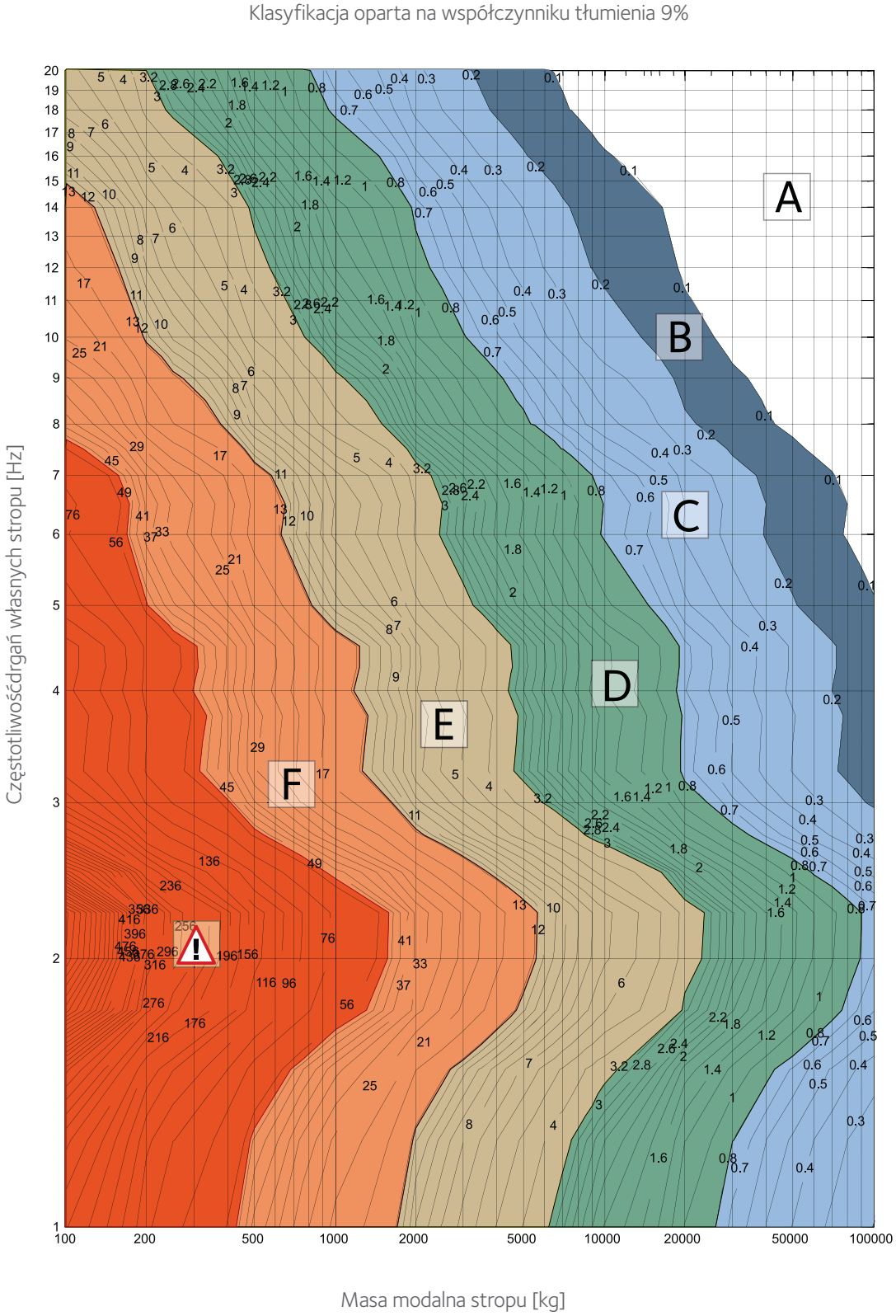
Rysunek 10 OS-RMS$_{90}$ dla Tłumienia 7%



Rysunek 11 OS-RMS$_{90}$ dla Tłumienia 8%



Rysunek 12 OS-RMS$_{90}$ dla Tłumienia 9%



ZAŁĄCZNIK A: WZORY DO OBLICZEŃ RĘCZNYCH

A.1 Częstotliwość drgań własnych i masa modalna dla płyt izotropowych 32
A.2 Częstotliwość drgań własnych i masa modalna dla belek 34
A.3 Częstotliwość drgań własnych i masa modalna dla płyt ortotropowych 35
A.4 Przybliżenie częstotliwości drgań własnych metodą ciężaru własnego 36
A.5 Przybliżona wartość częstotliwości drgań własnych wyznaczona metodą Dunkerley'a 37
A.6 Przybliżenia masy modalnej 38

A.1 Częstotliwość drgań własnych i masa modalna dla płyt izotropowych

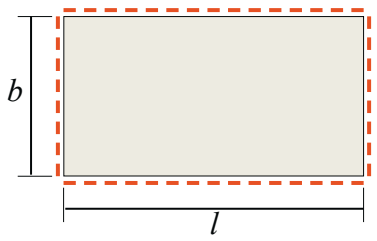
Niniejsza tablica podaje wzory do określenia pierwszej częstotliwości drgań własnych (na podstawie [2]) i masy modalnej płyt dla różnych warunków podparcia. Dla potrzeb tych obliczeń zakłada się, iż płyta w miejscach podparcia nie odkształcała się.

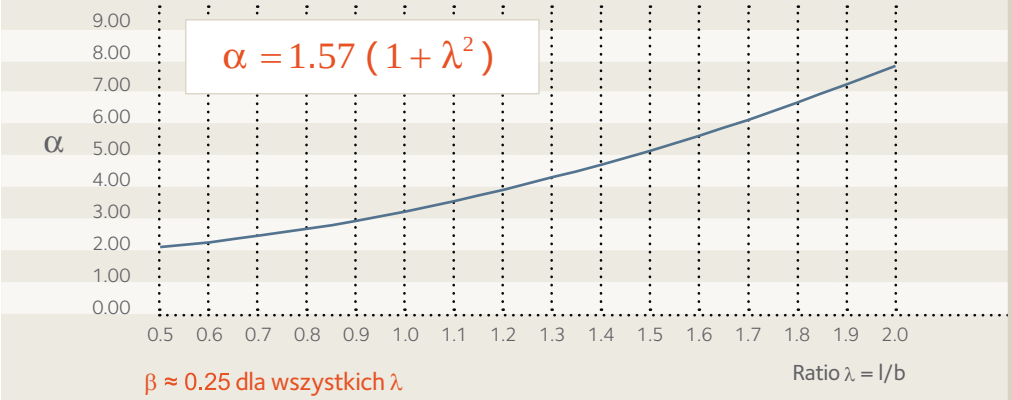
Warunki Podparcia:

utwierdzony przegubowo

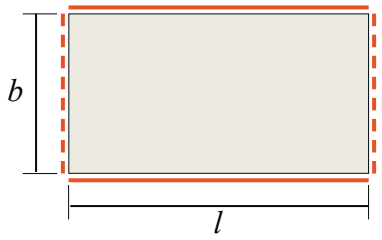
Częstotliwość; Masa Modalna

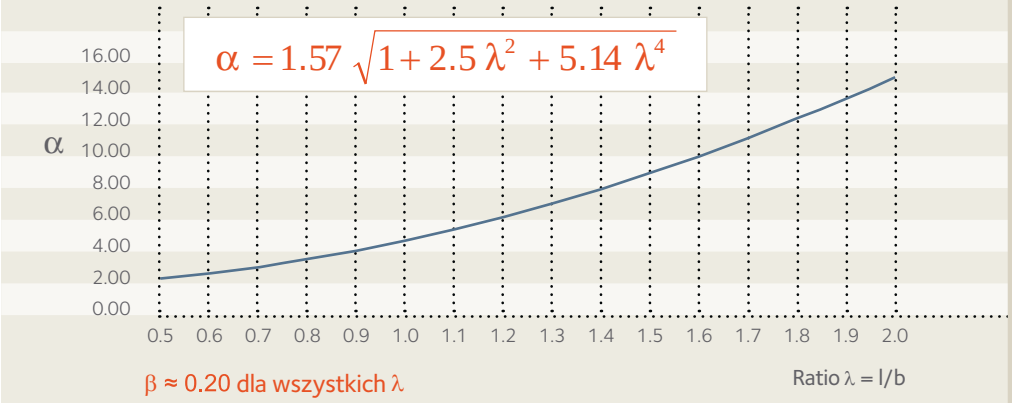
$$f = \frac{\alpha}{l^2}\sqrt{\frac{E\,t^3}{12\,m\,(1-\upsilon^2)}} \quad ; M_{mod} = \beta\, M$$



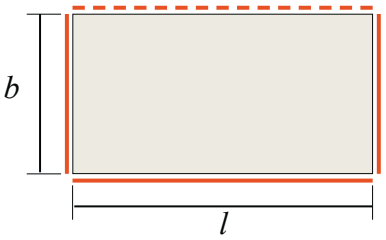


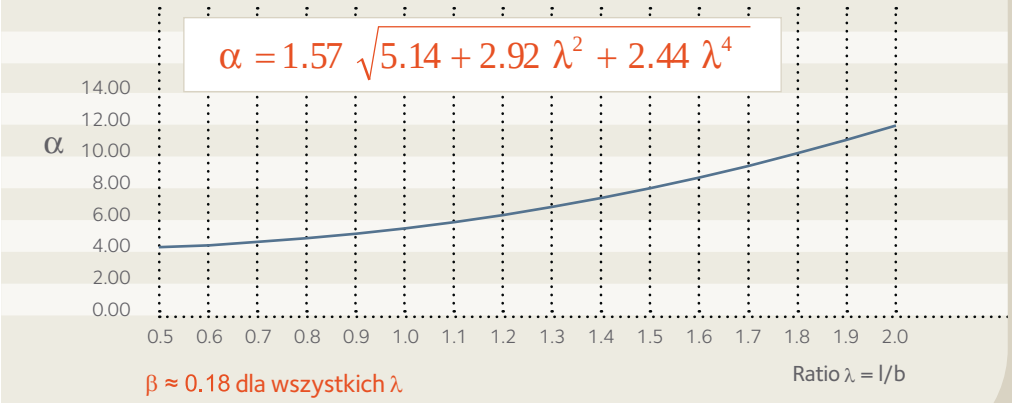
β ≈ 0.25 dla wszystkich λ





β ≈ 0.20 dla wszystkich λ





β ≈ 0.18 dla wszystkich λ

E Moduł Young'a [N/m^2]

t Grubość płyty [m]

m Masa stropu łącznie z wykończeniem i reprezentatywnym obciążeniem zmiennym (zobacz rozdział 3) [kg/m²]

υ Współczynnik Poisson'a

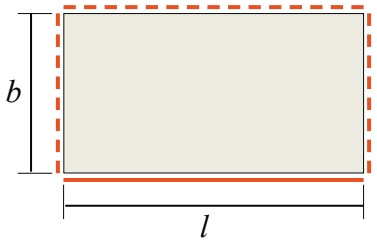
M całkowita masa stropu włącznie z elementami wykończenia i reprezentatywnym obciążeniem zmiennym (zobacz rozdział 3) [kg]

Warunki Podparcia:

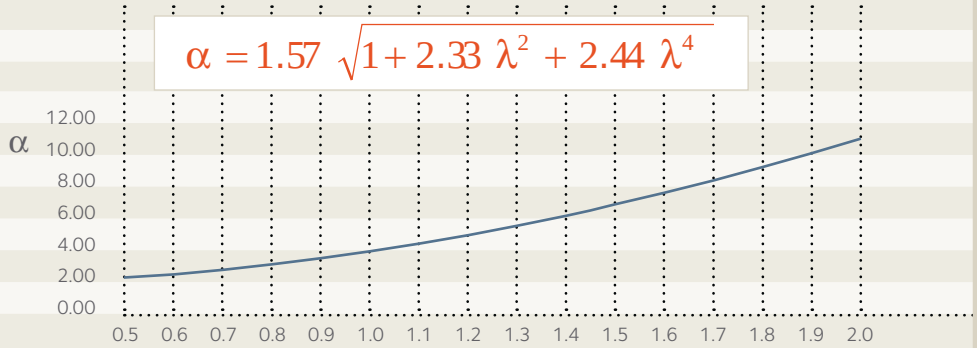
utwierdzony przegubowo

Częstotliwość; Masa Modalna

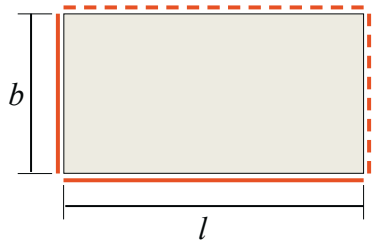
$$f = \frac{\alpha}{l^2}\sqrt{\frac{E\,t^3}{12m\,(1-\upsilon^2)}} \quad ; M_{mod} = \beta\, M$$



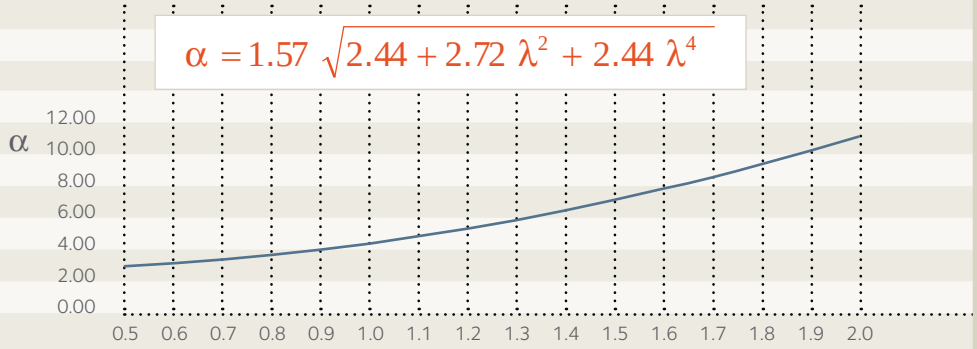
$$\alpha = 1.57\sqrt{1 + 2.33\,\lambda^2 + 2.44\,\lambda^4}$$



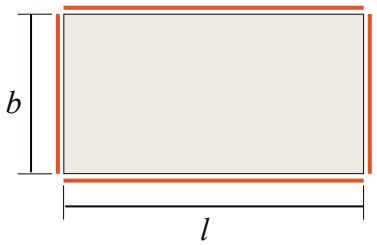
β ≈ 0.22 dla wszystkich λ



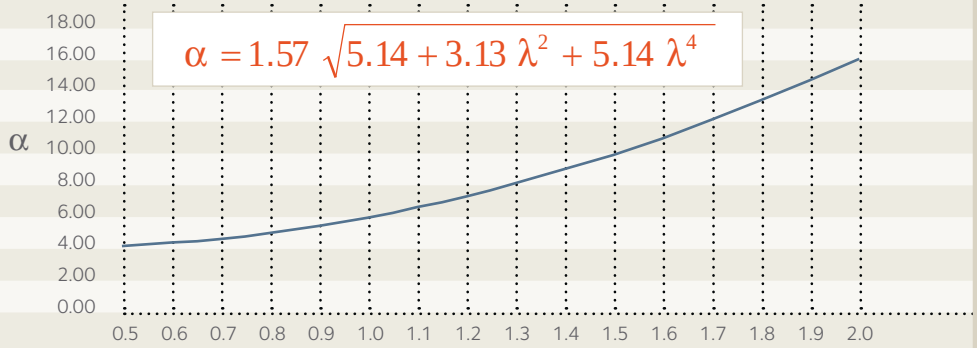
$$\alpha = 1.57\sqrt{2.44 + 2.72\,\lambda^2 + 2.44\,\lambda^4}$$



β ≈ 0.21 dla wszystkich λ



$$\alpha = 1.57\sqrt{5.14 + 3.13\,\lambda^2 + 5.14\,\lambda^4}$$



β ≈ 0.17 dla wszystkich λ

A.2 Częstotliwość drgań własnych i masa modalna dla belek

Pierwsza częstotliwość drgań własnych dla belki może być określona przy pomocy wzoru, zgodnie z warunkami podparcia z tabeli 3:

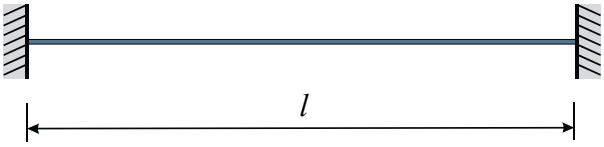
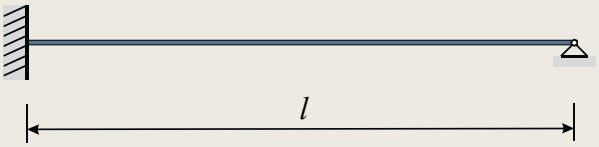
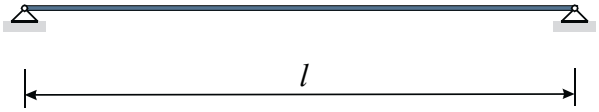
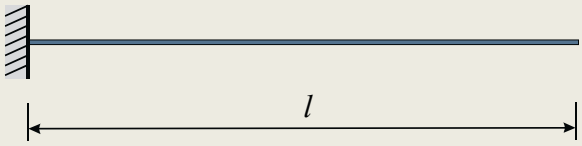
E Moduł Young'a [N/m²]

I Moment bezwładności [m⁴]

μ Masa rozłożona (patrz str. 33) przemnożona przez szerokość stropu [kg/m]

l Długość belki

Tablica 3 Określenie częstotliwości drgań własnych belki

Warunki Podparcia	Częstotliwość Drgań Własnych	Masa Modalna
	$f = \frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{3\,EI}{0.37\,\mu l^4}}$	$M_{mod} = 0.41\,\mu\,l$
	$f = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{3\,EI}{0.2\,\mu l^4}}$	$M_{mod} = 0.45\,\mu\,l$
	$f = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{3\,EI}{0.49\,\mu l^4}}$	$M_{mod} = 0.5\,\mu\,l$
	$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3\,EI}{0.24\,\mu l^4}}$	$M_{mod} = 0.64\,\mu\,l$

A.3 Częstotliwość drgań własnych i masa modalna dla płyt ortotropowych

Stropy ortotropowe jak np. stropy zespolone z belkami w kierunku podłużnym i płytą betonową w układzie poprzecznym, mają różną sztywność po długości lub po szerokości ($EI_y > EI_x$). Przykład podano na rysunku 13.

Pierwsza częstotliwość drgań własnych dla płyty ortotropowej, swobodnie podpartej na czterech krawędziach oblicza się ze wzoru:

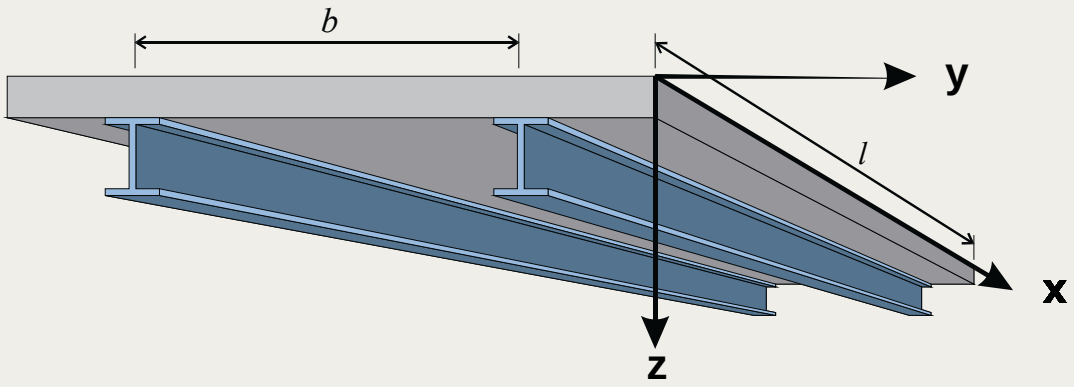
$$f_1 = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{EI_y}{m\,l^4}}\sqrt{1+\left[2\left(\frac{b}{l}\right)^2+\left(\frac{b}{l}\right)^4\right]\frac{EI_x}{EI_y}}$$

Gdzie:

- m masa stropu łącznie z wykończeniem i reprezentatywnym obciążeniem zmiennym [kg/m^2],
- l długość stropu [m] (w kierunku x),
- b szerokość stropu [m] (w kierunku y),
- E moduł Young'a [N/m^2],
- I_x moment bezwładności dla zginania względem osi x [m^4],
- I_y moment bezwładności dla zginania względem osi y [m^4].

Wzory obliczania masy modalnej płyt ortotropowych podano w Aneksie A.6.

Rysunek 13 Wymiary i osie płyty ortotropowej



A.4 Przybliżenie częstotliwości drgań własnych metodą ciężaru własnego

Metoda ciężaru własnego jest bardzo praktyczną metodą przybliżenia w wypadkach, gdy maksymalne ugięcie δ_{max} zostało już obliczone, np. przy pomocy metody elementów skończonych.

Metoda ta wywodzi się z ogólnego równania częstotliwości:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}$$

Sztywność K może być przybliżona przy założeniach:

$$K = \frac{M\,g}{\frac{3}{4}\delta}$$

gdzie:

M	całkowita masa układu drgającego,
$g = 9.81$	przyspieszenie ziemskie
$\frac{3}{4}\delta$	odkształcenie średnie

Przybliżona częstotliwość drgań własnych wynosi:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4g}{3\delta_{max}}} = \frac{18}{\sqrt{\delta_{max}\,[mm]}}$$

gdzie:
δ_{max} maksymalne ugięcie wywołane masą m

A.5 Przybliżona wartość częstotliwości drgań własnych wyznaczona metodą Dunkerley'a

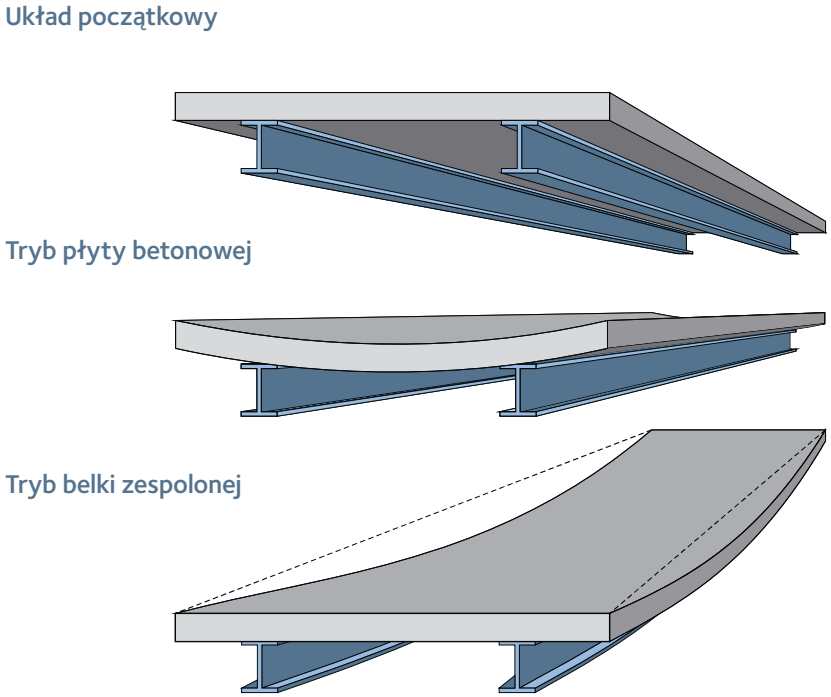
Metoda Dunkerley'a służy do oszacowania częstotliwości drgań własnych dla celów kalkulacji ręcznej. Stosuje się go, gdy oczekiwana postać drgań własnych jest skomplikowana, ale można ją rozłożyć na różne układy prostsze, dla których daje się określić częstotliwości drgań własnych, zobacz A.1, A.3 i A.2.

Rysunek 14 pokazuje przykład stropu zespolonego z dwiema swobodnie podpartymi belkami i bez podparcia krawędzi płyty betonowej. Spodziewana postać drgań na dwie niezależne postacie proste. Każda z tych postaci posiada swoją częstotliwość drgań własnych (f_1 dla drgań płyty betonowej i f_2 dla belki zespolonej).

Zgodnie z metodą Dunkerley'a, wynikowa częstotliwość f dla całego układu wynosi:

$$\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} + \frac{1}{f_3^2} + \ldots$$

Rysunek 14 Przykład rozłożenia postaci drgań na układy proste



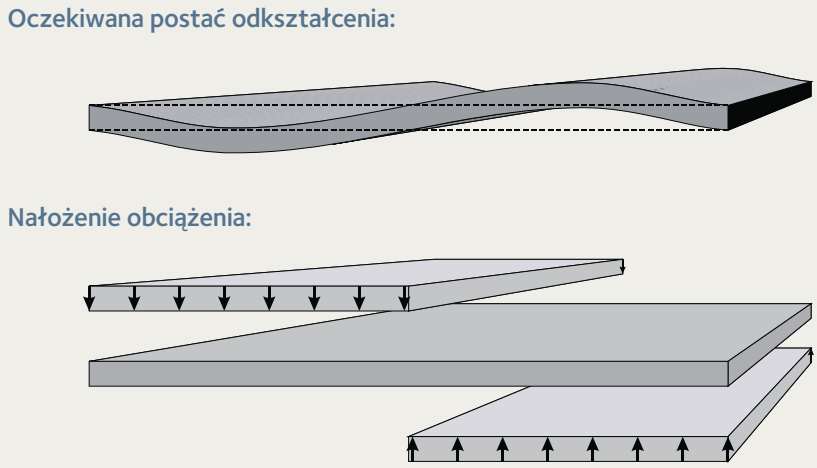
A.6 Przybliżenia masy modalnej

Masę modalną można zinterpretować jako tą część masy całkowitej stropu, która została uaktywniona w określonym odkształceniu podczas drgań stropu. Każda postać odkształcenia ma swoją częstotliwość drgań własnych i masę modalną.

W celu określenia masy modalnej ustala się wpierw postać odkształcenia i ujednolica się go do ugięcia maksymalnego. Ponieważ kształt ten nie jest możliwy do określenia przy pomocy obliczeń ręcznych, stosuje się zazwyczaj przybliżenie dla pierwszej postaci.

Alternatywnie do obliczeń ręcznych stosuje się powszechnie metodę elementów skończonych. Jeśli program komputerowy stosujący metodę elementów skończonych nie podaje w wyniku masy modalnej, kształt może być oszacowany przez nałożenie odpowiedniego obciążenia na płytę, zobacz rysunek 15.

Rysunek 15 Przyłożenie obciążenia w celu uzyskania przybliżonego kształtu (przykład)



Jeśli odkształcenie stropu daje się ujednolicić przy pomocy funkcji *f(x,y)* (i.e. $|f(x,y)|max = 1{,}0$) odpowiadająca masa modalna stropu obliczana jest zgodnie z równaniem:

$$M_{\text{mod}} = \mu \int_F \delta^2(x,y)\, dF$$

Gdzie:

μ rozkład masy

$\delta(x,y)$ pionowe ugięcie w punkcie o współrzędnych x,y

Przy obliczaniu kształtu ugięcia przy pomocy MSE:

$$M_{\text{mod}} = \sum_{Nodes\ i} \delta_i^{\,2}\, dM_i$$

Gdzie:

δ_i pionowe ugięcie w punkcie i (ujednoliconene do maksymalnego ugięcia)

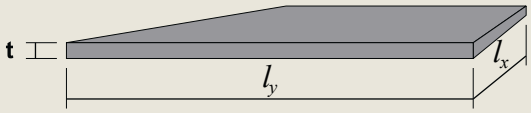
dM_i masa stropu w punkcie *i*

Jeśli funkcja *f(x,y)* daje dokładny wynik postaco odkształcenia, powyższe równanie także pozwala na uzyskanie masy modalnej.

Przykłady określania masy modalnej przy obliczeniu ręcznym:

Przykład 1

Płyta swobodnie podparta wzdłuż wszystkich czterech krawędzi, $l_y \sim l_x$



- Przybliżenie pierwszej postaci odkształcenia:

$$\delta(x,y) = \sin\left(\frac{\pi\, x}{l_x}\right) \sin\left(\frac{\pi\, y}{l_y}\right)$$

$$\left|\delta(x,y)\right|_{max} = 1.0$$

- Rozkład masy

$$\mu = \frac{M}{l_x\, l_y}$$

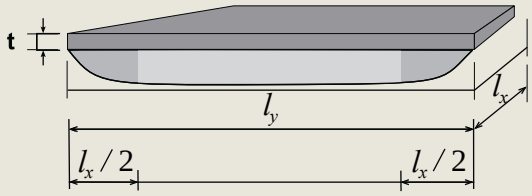
- Masa modalna

$$M_{mod} = \mu \int_F \delta^2(x,y)\, dF = \frac{M}{l_x\, l_y} \int_0^{l_y}\int_0^{l_x} \sin^2\left(\frac{\pi\, x}{l_x}\right) \sin^2\left(\frac{\pi\, y}{l_y}\right) dx\, dy$$

$$= \frac{M}{4}$$

Przykład 2

Płyta swobodnie podparta wzdłuż wszystkich czterech krawędzi, $l_x << l_y$



- Przybliżenie pierwszej postaci odkształcenia:

1. $0 \le y \le \frac{l_x}{2}$ et $l_y - \frac{l_x}{2} \le y \le l_y$: $\delta(x,y) = \sin\left(\frac{\pi x}{l_x}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{l_y}\right)$

   $|\delta(x,y)|_{\max} = 1.0$

2. $\frac{l_x}{2} \le y \le l_y - \frac{l_x}{2}$: $\delta(x,y) = \sin\left(\frac{\pi x}{l_x}\right) 1.0$

   $|\delta(x,y)|_{\max} = 1.0$

- Rozkład masy

$$\mu = \frac{M}{l_x\, l_y}$$

- Masa modalna

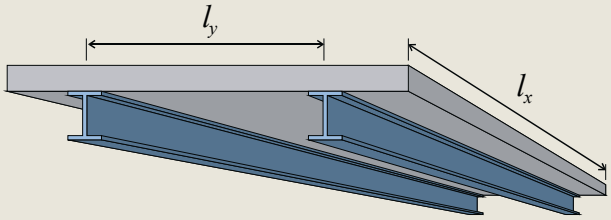
$$M_{\text{mod}} = \mu \int_F \delta^2(x,y)\, dF$$

$$= \frac{M}{l_x\, l_y} \left[2 \int_0^{l_x} \int_0^{y=\frac{l_x}{2}} \sin^2\left(\frac{\pi x}{l_x}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{l_y}\right) dx\, dy + \int_0^{l_x} \int_0^{y=l_y-2\frac{l_x}{2}} \sin^2\left(\frac{\pi x}{l_x}\right) dx\, dy \right]$$

$$= \frac{M}{4} \left(2 - \frac{l_x}{l_y}\right)$$

Przykład 3

Płyta rozpięta nieosiowo pomiędzy belkami, płyty i belki swobodnie podparte



- Przybliżenie pierwszej postaci odkształcenia:

$$\delta(x,y) = \frac{\delta_x}{\delta}\sin\left(\frac{\pi x}{l_x}\right) + \frac{\delta_y}{\delta}\sin\left(\frac{\pi y}{l_y}\right)$$

$$\left|\delta(x,y)\right|_{max} = 1.0$$

Gdzie

δ_x = ugięcie belki

δ_y = ugięcie płyty przy założeniu ugięcia podpór (tzn. ugięcia belek) wynosi zero.

δ = $\delta_x + \delta_y$

- Rozkład masy

$$\mu = \frac{M}{l_x\, l_y}$$

- Masa modalna

$$M_{mod} = \mu \int_F \delta^2(x,y)\, dF = \frac{M}{l_x\, l_y}\int_0^{l_x}\int_0^{l_y}\left[\frac{\delta_x}{\delta}\sin\left(\frac{\pi\, x}{l_x}\right) + \frac{\delta_y}{\delta}\sin\left(\frac{\pi\, y}{l_y}\right)\right]^2 dx\, dy$$

$$= M\left[\frac{\delta_x^{\,2} + \delta_y^{\,2}}{2\delta^2} + \frac{8}{\pi^2}\frac{\delta_x\,\delta_y}{\delta^2}\right]$$

ZAŁĄCZNIK B PRZYKŁADY

B.1	Lekkie płyty z belkami zespolonym ACB (budynek biurowy)	44
B.1.1	Opis stropu	44
B.1.2	Określenie charakterystyki dynamicznej stropu	47
B.1.3	Ocena	47
B.2	Biurowiec trzykondygnacyjny	48
B.2.1	Opis stropu	48
B.2.2	Określenie charakterystyki dynamicznej stropu	50
B.2.3	Ocena	51

B.1 Lekkie płyty z belkami zespolonym ABC (budynek biurowy)

B.1.1 Opis stropu

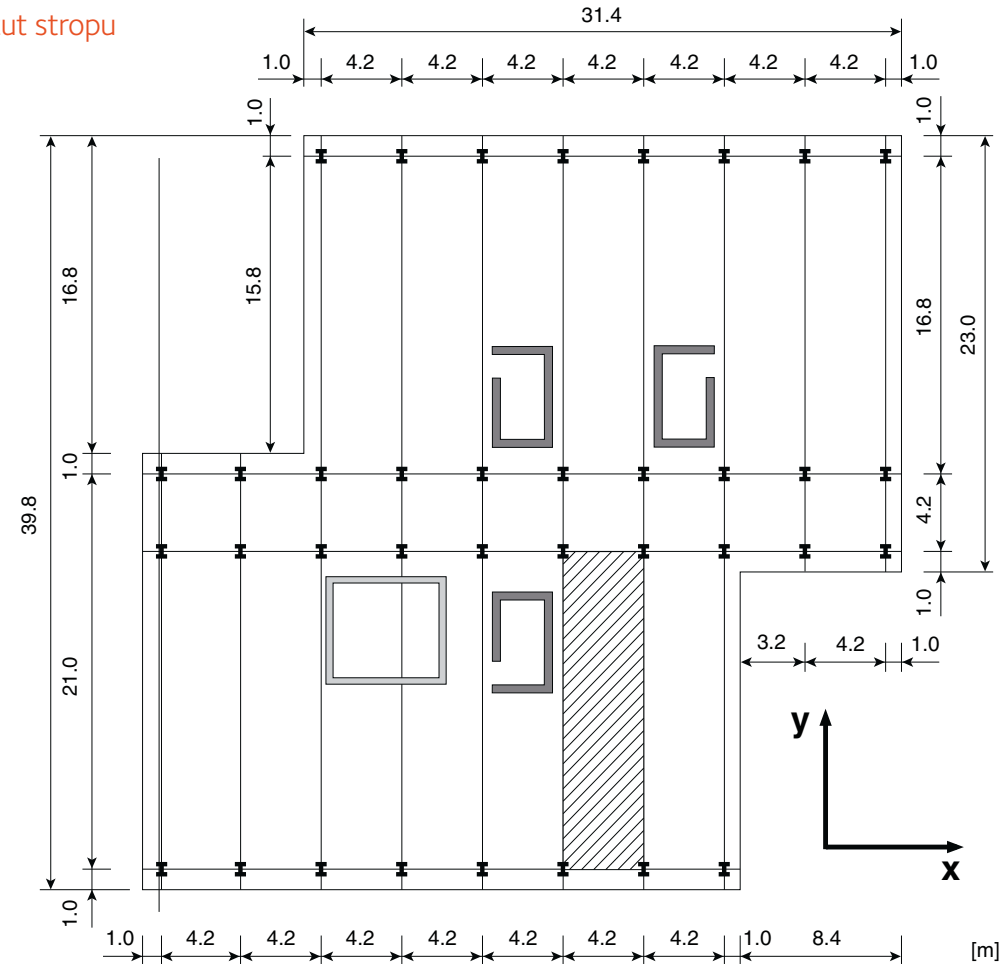
W pierwszym przykładzie roboczym rozpatrzono konstrukcję wykonaną z lekkich płyt z przestrzenią sufitu podwieszanego, przeznaczoną pod biura typu open space. Dokonano sprawdzenia drgań wywołanych chodzeniem.

Płyty są rozpięte nieosiowo pomiędzy belkami głównymi, rozstawionymi co 4.2 m. Ich grubość całkowita wynosi 160 mm. Główne belki stanowią belki ażurowe ArcelorMittal (ACB), pracujące jako belki zespolone. Są one sztywno zamocowane do słupów. Rzut stropu przestawiono na rysunku 18. Obszar stropu, który będzie oddany analizie pod kątem drgań został zakreskowany.

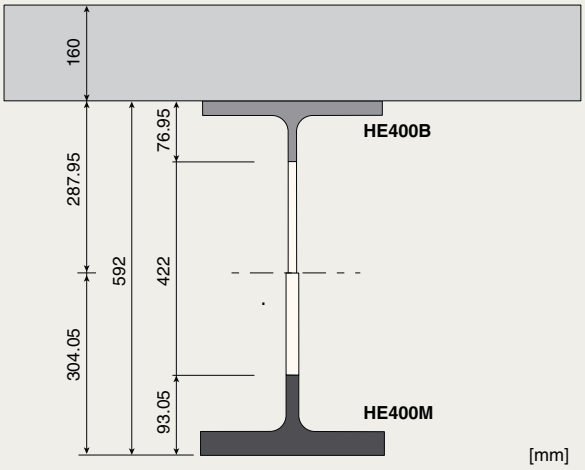
Rysunek 16 Konstrukcja budynku

Rysunek 17 Połączenie belki ze słupem

Rysunek 18 Rzut stropu



Rysunek 19 Przekrój poprzeczny



Przy konstrukcji belek głównych ACB/HEM400 o rozpiętości 16.8m wykorzystano stal S460, belki główne o krótszej rozpiętości 4.2m ze stali S460 wykonano z profili ACB/HEM360.

Belki poprzeczne, rozpięte wzdłuż osi x mogą zostać pominięte w dalszych obliczeniach, gdyż nie przyczyniają się one do przenoszenia obciążenia na konstrukcję.

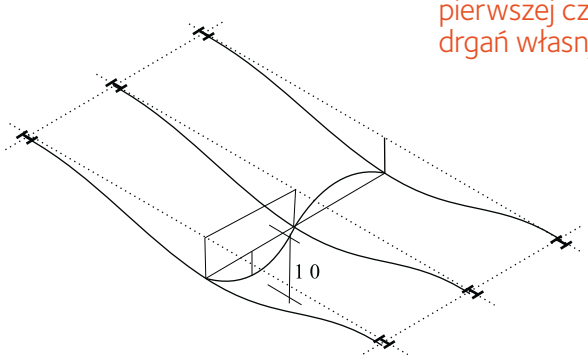
Nominalne parametry materiałów są następujące:

- Stal S460: E_s = 210000 N/mm², f_y = 460 N/mm²
- Beton C25/30: E_{cm} = 31000 N/mm², f_{ck} = 25 N/mm²

Jak przedstawiono w rozdziale 3, nominalny moduł sprężystości betonu zostanie powiększony dla celów kalkulacji dynamicznej:

$$E_{c,dyn} = 1.1 \;\; E_{cm} = 34100 \;\; N/mm^2$$

Rysunek 20 Oczekiwane odkształcenie w rozpatrywanej części stropu, odpowiadające pierwszej częstotliwości drgań własnych



Oczekiwana postać odkształcenia rozpatrywanej części stropu, odpowiadający pierwszej częstotliwości drgań własnych przedstawiono na rysunku 20.

Z postaci odkształcenia wynika, że każde z pól płyty betonowej może być dla dalszych obliczeń dynamicznych rozpatrywane jako swobodnie podparte.

Jeśli chodzi o warunki połączenia głównych belek (patrz połączenie belki ze słupem na rysunku 17), zakłada się, że dla niewielkich amplitud, pojawiających się w analizie drgań, połączenie belka – słup zapewnia odpowiednią wytrzymałość na skręcanie, zatem może być rozpatrywany jako podpora sztywna.

Właściwości elementów

Płyta

Płyta odznacza się w kierunku x następującymi właściwościami:

$$A_{c,x} = 160\ mm^2/mm$$

$$I_{c,x} = 3.41 \times 10^5\ mm^4/mm$$

Belka główna

Zakładając opisaną powyżej pierwszą postać odkształcenia, skuteczna szerokość belki zespolonej obliczana jest ze wzoru:

$$b_{eff} = b_{eff,1} + b_{eff,2} = \frac{l_0}{8} + \frac{l_0}{8}$$

$$= 2 \times \frac{0.7 \times 16.8}{8} = 2.94\,m$$

Parametry belki głównej, związane z kryterium stanu granicznego użytkowania (brak zarysowań) są następujące:

$A_{a,net}$ = 21936 mm^2
$A_{a,total}$ = 29214 mm^2
A_i = 98320 mm^2
I_i = 5.149 x 10^9 mm^4

Obciążenia

Płyta

- Ciężar własny (z uwzględnieniem ciężaru sufitu podwieszonego 1.0 m²):

$$g_{belks} = 160 \times 10^{-3} \times 25 + 1.0 = 5\,kN/m^2$$

- Obciążenie użytkowe: zazwyczaj obciążenie właściwym ładunkiem roboczym w budynkach biurowych przyjmuje się na 3 kN/m^2. Rozpatrywana część obciążenia roboczego dla celów kalkulacji dynamicznej szacowana jest na 10% całkowitego obciążenia roboczego, tzn. dla celów analizy drgań zakłada się, że:

$$q_{płyta} = 0.1 \times 3.0 = 0.3\,kN/m^2$$

Belka główna

- Ciężar własny (zakładając 2.00 kN/m dla belek ACB):

$$g_{belks} = 5.0 \times \frac{4.2}{2} \times 2 + 2.0 = 23.00\,kN/m$$

- Obciążenie robocze:

$$q_{płyta} = 0.3 \times \frac{4.2}{2} \times 2 = 1.26\,kN/m$$

B.1.2 Określenie charakterystyki dynamicznej stropu

Częstotliwość drgań własnych

Pierwsza częstotliwość drgań własnych jest obliczana w oparciu o metodę ciężaru własnego. Maksymalne ugięcie całkowite określa się jako nałożenie się ugięcia płyty i ugięcia belki głównej, to jest:

$$\delta_{max} = \delta_{płyta} + \delta_{belks}$$

Gdzie

$$\delta_{płyta} = \frac{5 \times (5.0 + 0.3) \times 10^{-3} \times 4200^4}{384 \times 34100 \times 3.41 \times 10^5} = 1.9\,mm$$

$$\delta_{belks} = \frac{1 \times (23.0 + 1.26) \times 16800^4}{384 \times 210000 \times 5.149 \times 10^9} = 4.7\,mm$$

całkowite ugięcie wynosi

$$\delta_{max} = 1.9 + 4.7 = 6.6\,mm$$

częstotliwość drgań własnych może zostać obliczona ze wzoru (wg. załącznika A.4)

$$f_1 = \frac{18}{\sqrt{6.6}} = 7.0\,Hz$$

Masa modalna

Masa całkowita płyty wynosi

$$M = (5 + 0.3) \times 10^2 \times 16.8 \times 4.2 = 37397\,kg$$

Zgodnie z rozdziałem A.6.- przykład 3, masa modalna rozpatrywanej płyty może być obliczona następująco

$$M_{mod} = 37397 \times \left[\frac{1.9^2 + 4.7^2}{2 \times 6.6^2} + \frac{8}{\pi^2} \times \frac{1.9 \times 4.7}{6.6^2} \right] = 17246\,kg$$

Tłumienie

Współczynnik tłumienia płyt żelbetowych z sufitem podwieszanym określa się w oparciu o tablicę nr 1:

$D = D_1 + D_2 + D_2 = 1 + 1 + 1 = 3\%$

Gdzie

D_1 = 1,0 (płyta żelbetowa)
D_2 = 1,0 (biuro typu open space)
D_3 = 1,0 (sufit podwieszany)

B.1.3 Ocena

W oparciu o powyżej obliczone właściwości modalne strop może być zaklasyfikowany w klasie C (rysunek 6). Oczekiwana wartość OS-RMS wynosi około 0.5 mm/s.

Zgodnie z tablicą 2, klasa C uznawana jest za odpowiednią dla budynków biurowych, zatem wymagania są spełnione.

B.2 Biurowiec trzykondygnacyjny

B.2.1 Wstęp

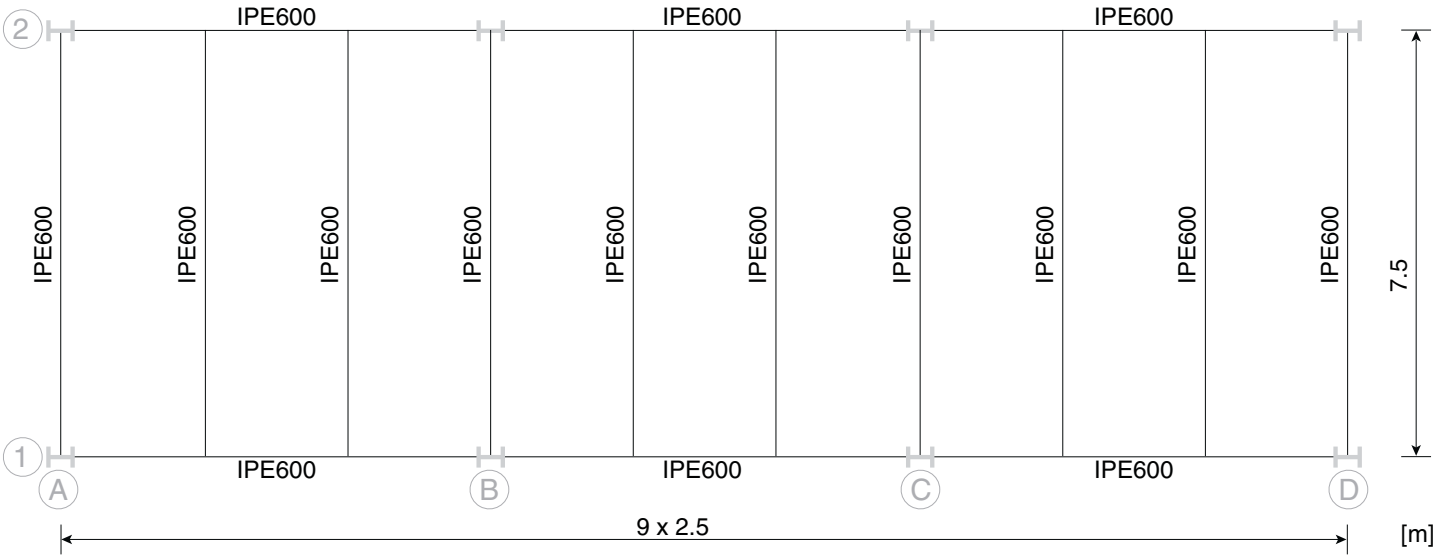
Wyniki oparte na analizie jednego pola płyty stropu w zakresie drgań podstawowych są z reguły bezpieczne. Ponieważ w wyjątkowych sytuacjach, w których masa modalna układu o wyższej częstotliwości drgań własnych jest znacząco mniejsza, należy również przeanalizować takie przypadki. Poniżej został przedstawiony taki przykład obliczeń.

Rysunek 21 Widok budynku

B.2.2 Opis stropu

Strop tego budynku biurowego, pokazany na rysunku 21, ma rozpiętość 15 m pomiędzy belkami krańcowymi. W obszarze regularnym belki drugiej kondygnacji, wykonane z kształtowników IPE600 są rozstawione co 2.5m. Belki główne, rozstawione co 7.5m pomiędzy słupami są również wykonane z kształtowników IPE600, patrz rysunek 22.

Rysunek 22 Kształtowniki stalowe zastosowane w konstrukcji nośnej stropu



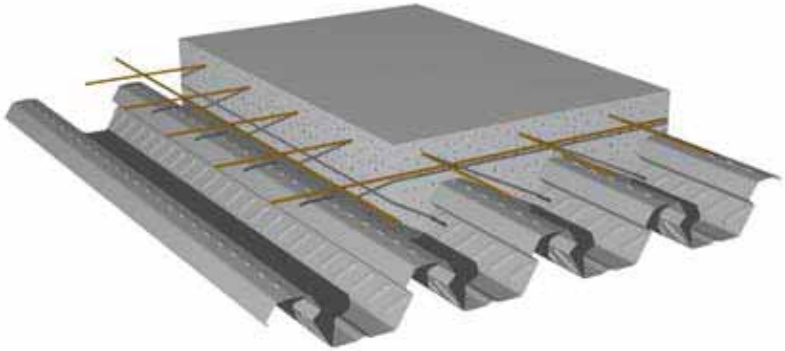
Płyta ma konstrukcję zespoloną z płyty zespolonej o łącznej grubości 15 cm i blach stalowych COFRASTRA 70, jak na rysunku 23. Zastosowane elementy COFRASTRA 70 mają wiele zalet. Więcej informacji na temat elementów CONFRASTRA 70 można znaleźć na stronie internetowej www.arval-construction.pl.

Nominalne parametry materiałów są następujące

- Stal S235: $E_s = 210000\ N/mm^2$, $f_y = 235\ N/mm^2$
- Beton C25/30: $E_{cm} = 31000\ N/mm^2$, $f_{ck} = 25\ N/mm^2$

Zgodnie z Rozdziałem 3, przy obliczeniach dynamicznych należy zwiększyć moduł sprężystości betonu o 10%:

$$E_{c,\,dyn} = 1.1\ E_{cm} = 34100\ N/mm^2$$



Rysunek 23 Strop wykonany w oparciu o COFRASTRA 70

Właściwości elementów

płyta (poprzecznie do belki, E=210000 N/mm²)

A = 1170 cm²/m
I = 20355 cm⁴/m

belka zespolona (beff = 2,5m; E=210000 N/mm²):

A = 468 cm²
I = 270089 cm⁴

Obciążenia

płyta (poprzecznie do belki)

Ciężar własny:
g = 3.5 kN/m²
Δg = 0.5 kN/m²
$g + \Delta g$ = 4.0 kN/m² (obciążenie stałe)
Obciążenie użytkowe:
q = 3.0 x 0.1 = 0.3 kN/m²
(10% całkowitego obciążenia użytkowego)

belka zespolona (beff = 2,5m; E=210000 N/mm²):

Ciężar własny:
g = (3.5+0.5) x 2.5 + 1.22 = 11.22 kN/m
Obciążenie użytkowe:
q = 0.3 x 2.5 = 0.75 kN/m

B.2.2 Określenie charakterystyki dynamicznej stropu

Warunki podparcia

Belki na których oparta jest płyta stropu są oparte na belkach głównych, będących kształtownikami o niskiej sztywności skrętnej. Z tego powodu belki te mogą być traktowane jako swobodnie podparte.

Częstotliwość drgań własnych

W tym przykładzie częstotliwość drgań własnych obliczana jest na podstawie trzech metod: belki (z pominięciem poprzecznej sztywności stropu), płyt ortotropowych oraz metody ciężaru własnego uwzględniającej sztywność poprzeczną.

- Zastosowanie równania belki (rozdział A.2):

$$p = 11.97 \;\; kN/m \;\Rightarrow \mu = 11.97 \times 1000 \;/ 9.81 = 1220 \;\; kg/m$$

$$f = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{3 \;\; EI}{0.49 \; \mu l^4}} = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{3 \times 210000 \times 10^6 \times 270089 \times 10^{-8}}{0.49 \times 1220 \times 15^4}} = 4.8 Hz$$

- Zastosowanie równania dla płyty ortotropowej (rozdział A.3):

$$f_1 = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{EI_y}{m\, l^4}}\sqrt{1 + \left[2\left(\frac{b}{l}\right)^2 + \left(\frac{b}{l}\right)^4\right]\frac{EI_x}{EI_y}}$$

$$= \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{210000 \times 10^6 \times 270089 \times 10^{-8}}{1220 \times 15^4}} \times \sqrt{1 + \left[2\left(\frac{2.5}{15}\right)^2 + \left(\frac{2.5}{15}\right)^4\right]\frac{3410 \times 20355}{21000 \times 270089}}$$

$$= 4.8 \times 1.00 = 4.8 Hz$$

- Zastosowanie metody ciężaru własnego (rozdział A.4):

$$\delta_{max} = \delta_{płyta} + \delta_{belks}$$

$$\delta_{płyta} = \frac{5 \times 4.3 \times 10^{-3} \times 2500^4}{384 \times 34100 \times 2.0355 \times 10^5} = 0.3\,mm$$

$$\delta_{belks} = \frac{5 \times 11.97 \times 15000^4}{384 \times 210000 \times 270089 \times 10^4} = 13.9\,mm$$

$$\delta_{max} = 0.3 + 13.9 = 14.2\,mm$$

$$\Rightarrow \quad f_1 = \frac{18}{\sqrt{14.2}} = 4.8\,Hz$$

Masa modalna

Z ustalonej częstotliwości drgań własnych wynika, że strop pracujący pod obciążeniem roboczym może być rozpatrywany jako model belki prostej. Dlatego też model ten jest przyjęty przy określaniu masy modalnej:

$$M_{mod} = 0.5\,\mu\,l = 0.5 \times 1220 \times 15 = 9150\,kg$$

Tłumienie

Współczynnik tłumienia dla płyt żelbetowych z sufitem podwieszonym określa się zgodnie z tablicą 1:

$$D = D_1 + D_2 + D_3 = 1 + 1 + 1 = 3\%$$

Gdzie

D_1 = 1,0 (płyta żelbetowa)
D_2 = 1,0 (biuro typu open office)
D_3 = 1,0 (sufit podwieszany)

B.2.3 Ocena

W oparciu o powyżej obliczone właściwości modalne strop może być zaklasyfikowany w klasie D (rysunek 6). Oczekiwana wartość OS-RMS wynosi około 3.2 mm/s.

Zgodnie z tablicą 2, klasa D uznawana jest za odpowiednią dla budynków biurowych, zatem wymagania są spełnione.

Doradztwo techniczne i wykończenia

Doradztwo techniczne

Z przyjemnością oferujemy Państwu doradztwo techniczne, pozwalające na optymalne wykorzystanie naszych rozwiązań kształtowników i prętów stalowych. W zakresie doradztwa oferujemy projektowanie elementów przestrzennych, detale konstrukcyjne, zabezpieczenie powierzchni, zabezpieczenie pożarowe, procesy metalurgiczne i spawanie.

Nasi specjaliści wesprą Państwa w dowolnej inicjatywie na całym świecie.

Aby uprościć projektowanie oferujemy odpowiednie oprogramowanie i dokumentację techniczną, którą można uzyskać i ściągnąć z naszej strony:

sections.arcelormittal.com

Wykończenia

Jako uzupełnienie możliwości technicznych naszych partnerów, oferujemy urządzenia wykończeniowe, a także oferujemy szeroki zakres usług takich jak:

- wiercenie
- cięcie palnikowe
- otworowanie
- zgrzewanie
- odkształcanie
- wyginanie
- prostowanie
- cięcie na zimno na dokładny wymiar
- montaż i spawanie kołków
- czyszczenie ciśnieniowe i piaskowe
- obróbka nawierzchni

Wsparcie budowlane i konstrukcyjne

ArcelorMittal dysponuje zespołem specjalistów w zakresie różnych produktów konstrukcyjnych

Pełny zakres produktów i rozwiązań przeznaczonych dla wszystkich form budowlanych: konstrukcji, fasad, zadaszeń itp. jest dostępny na stronie:

www.constructalia.com

Bibliografia

[1] Komisja Europejska – Technical Steel Research: "Generalisation of criteria for floor vibrations for industrial, office, residential and public building and gymnastic halls", RFCS Raport EUR 21972 EN, ISBN 92-79-01705-5, 2006, http://europa.eu.int

[2] Hugo Bachmann, Walter Ammann: "Vibration of Structures induced by Man and Machines" IABSE-AIPC-IVBH, Zürich 1987, ISBN 3-85748-052-X

Państwa Partnerzy

ArcelorMittal
Commercial Sections
66, rue de Luxembourg
L-4221 Esch-sur-Alzette
Luxembourg
Tel.: +352 5313 3010
Fax: +352 5313 2799

sections.arcelormittal.com

Prowadzimy działalność w ponad 60 krajach na pięciu kontynentach. Proszę zapoznać się z informacjami zawartymi na naszej stronie internetowej w zakładce "O nas", aby o odnaleźć lokalnego przedstawiciela.

Autorzy

Prof. dr. inż. Markus Feldmann
Dr inż. Ch. Heinemeyer
Mgr inż. B. Völling
RWTH Uniwersytet w Akwizgranie
Instytut i Katedra Konstrukcji
Stalowych i Metali Lekkich

Pomimo dołożenia wszelkich starań podczas tworzenia niniejszej broszury informujemy, że nie ponosimy żadnej odpowiedzialności za ewentualne błędne informacje, a także wszelkie szkody powstałe w wyniku błędnej interpretacji treści.

ArcelorMittal
Commercial Sections

66, rue de Luxembourg
L-4221 Esch-sur-Alzette
LUXEMBOURG
Tel. + 352 5313 3010
Fax + 352 5313 2799

sections.arcelormittal.com

Version 2014-1

FSC
Mixed Sources
Grupa produktów pochodzących
z właściwie zarządzanych lasów
i innych kontrolowanych źródeł
www.fsc.org Cert no. IMO-COC-027742
© 1996 Forest Stewardship Council